

# 薄肉断面圧縮材の連成不安定現象に関する研究\*

## INTERACTIVE INSTABILITY PHENOMENA OF THIN-WALLED COMPRESSION MEMBERS

小 松 定 夫      工 藤 哲 男  
Sadao Komatsu      Tetsuo Kudo

### SYNOPSIS

Recent advance in structural engineering makes it possible to foster longer and more flexible steel constructions having large main members built up with thin plates. Such members, which are referred to as thin-walled members, usually have some unavoidable imperfections such as initial deflections and residual stresses due to welding. This tends to result in the occurrence of interaction between local bending of plate elements and overall flexure of the member, both of which stimulate each other to grow on with continued increase in load from the onset of compression loading until column failing.

The major parameters, namely, the width-to-thickness ratios of plate elements and the slenderness ratios of members play so important role in the behavior of compression members that numerous parametric analyses have been performed herein using various combinations of those parameters under fixed-ended support condition on the basis of elastic-plastic finite displacement theory.

The interactive instability phenomena and the ultimate strength characteristics of thin-walled compression members with box-shaped cross section are outlined and discussed.

### 1. 緒論

近年、構造解析学の進歩、高強度鋼材の活用および製作・施工技術の発達により、鋼構造物の長大化および軽量化が著しく推進されてきた。それで鋼板を溶接集成した大型薄肉断面を有する部材が主要部材として使用されることがしばしばである。本来、溶接集成材には、かなりの残留応力が含まれている。その上、断面を構成する鋼板の幅厚比が大きいこの種の部材においては、個々の板要素が無載荷状態で既に板曲げを生じている。さらに構造物の骨組要素である部材自身の軸線が、やはり載荷前に曲がっている。このような載荷前に生じているたわみを初期たわみという。残留応力と初期たわみとは、荷重に無関係で、板要素や骨組要素に固有のものであって、これらを総称して初期不整という。圧縮力が作用する場合には、初期不整を有する部材の耐荷力は、初期不整のない部材に比べて、低いことは、実験的研究によって明らかにされている。その原因としては、まず残留応力が存在すると、圧縮応力度が早い荷重段階で降伏点に到達し、断面の抵抗性能が早期に低減することがあげられる。さらに部材の軸線に初期たわみがあると、いわゆる  $P-\delta$  効果により、曲げモーメントを誘

\*平成5年5月 原稿受理  
大阪産業大学 工学部

発する。一方、各板要素に初期たわみが含まれると、面内応力を受ける平板そのものにも  $P-\delta$  効果により、平板の曲げすなわち部材の局部曲げが増幅される。すると断面変形により、軸方向圧縮力と曲げモーメントに対する断面の抵抗性能が低下するので、比較的早い荷重段階で座屈することになる。

残留応力は、断面の一部の塑性化を早め、板要素の曲げ剛性や柱としての曲げ剛性を低下させることによって、局部曲げや部材軸の曲げを促進する。また局部曲げと部材曲げは相互に刺激し合って、相乗効果により、板のたわみと部材のたわみが増大しやすくなると思われる。このような連成作用を伴う不安定現象は、圧縮力や曲げを受ける薄肉部材の強度設計を支配する要因であるので、系統的にその実態を解明することが構造工学における重要な課題であると考えられる。

このような連成不安定現象に関する過去の研究の代表的なものをあげると次のとおりである。

まず Dewolf-Peokoz-Winter<sup>1)</sup> は、弾塑性連成不安定現象を生ずる圧縮材の極限耐荷力の近似計算式を提案したが、現象のメカニズムの解明には、程遠い感がある。

Usami-Fukumoto<sup>2),3)</sup> は、米国鋼構造学会 (AISC) で提案された近似法である Q 因子法を適用し、板要素の局部座屈後の有効幅の概念を応用して冷間加工開断面材および溶接集成箱型断面材の圧縮強度近似計算法を提示している。しかし有効幅を仮定する手法では連成作用の取扱いの一般性に欠ける。例えば板の幅厚比がそれほど大きくなく局部座屈に比し残留応力による曲げ剛性の低下が著しい部材の挙動を適確に解析できない。Hasegawa-Abo-Mauroof-Nishino<sup>4)</sup> は、有効幅を考えて局部座屈後の抵抗断面を仮定し、Perry-Robertson 公式を単純に適用した薄肉圧縮材の極限耐荷力推定法を提案している。残留応力を無視し、変形進行時の連成現象を度外視した極めて単純な仮定に基づく計算法である。

Hasegawa-Mauroof-Nishino<sup>5)</sup> は、局部座屈後の有効幅を含む抵抗断面を仮定し、残留応力を考慮した増分形の荷重一ひずみ構成式を基礎にして、棒の有限要素解析を行った。これは、前論文を若干改良しているが、やはり連成現象についての配慮が十分なされていない。

Loughlan-Howe<sup>6)</sup> は、各種の薄肉断面形を有する圧縮材の不安定現象に与える局部座屈の影響について理論的考察を行った。ここでは、局部たわみに伴う、抵抗断面の重心の移動や有効断面 2 次モーメントを圧縮材のたわみの微分方程式に含めている。したがって局部たわみの発達過程が部材のたわみに及ぼす影響が考慮されている点で上記論文より進んでいるといえる。しかし、圧縮材の弾性座屈理論に基づくもので、弾塑性不安定を生じる大型構造部材には適用できない。

宇佐見一土屋一福本<sup>7)</sup> は、Little の解析法<sup>8)</sup> を応用して鋼圧縮材の局部座屈と全体座屈の連成座屈について理論的研究を行っている。すなわち板要素のたわみを考慮して短柱の曲げモーメント—軸方向圧縮力—曲率関係図 ( $M-P-\Phi$  線) を与えられた断面について予め作成しておく。そして Brown-Trahair<sup>9)</sup> が開発した有限積分法を適用して、圧縮材としての接線剛性方程式を Newton-Raphson 繰り返し計算法により離散的に解いている。

この方法の欠点は、所定断面について圧縮力  $P$  をパラメータとして多数の  $M-P-\Phi$  曲線をかかなり細かい間隔で、離散値として数値計算してその結果をコンピュータに記憶しておくなければならない、膨大な数値計算が必要である。また離散増分方程式の中で  $M-\Phi$  曲線の勾

配 $\partial M/\partial \Phi$ の値を使わなければならない。元来、 $M-\Phi$ 曲線は、数値解析によって作成されたものであるから、円滑な曲線として得られていない。見るからに、いびつな曲線形状しか得られないので、その結果を基準にして差分により算出された偏導関数 $\partial M/\partial \Phi$ の値の精度があまり良くないと考えられる。それで、このような離散化された増分方程式の数値解の精度に疑問が残る。

一方、実験的研究もかなり実施されている。

Graves Smith<sup>10),11)</sup>は、局部座屈が生じるおそれのある圧縮材の鋼製およびアルミニウム製小型模型について精密な実験を行った。

宇佐見一福本一青木<sup>12)</sup>は、細長比、幅厚比、断面の高さと幅の比、および荷重の偏心量を変化させた多数の溶接箱形断面柱について連成座屈強度を調べるための実験的研究を行った。さらに Usami-Fukumoto<sup>2)</sup>は、超高張力鋼 H T 80 からなる溶接箱形断面材について圧縮破壊実験を実施している。この鋼材は構造用鋼 S M 400、S M 490 などと異なり、降伏点を持たないので、材料の力学的特性が連成挙動に及ぼす影響について興味のあるところであるが、両者の対比がなされていないのが惜まれる。

山尾一崎元<sup>13),14)</sup>は、溶接箱形断面柱および薄肉 H 形断面柱の弾塑性連成座屈に関する模型実験を行った。

いずれの研究も薄肉中心圧縮材の極限耐荷力を求めることに重点を置き、連成不安定挙動について詳しい検討がなされていない。

わが国の道路橋示方書<sup>15)</sup>においては、板要素の幅厚比がある程度大きくて降伏点より低い圧縮応力度で局部座屈が誘発されるような薄肉断面材の使用を認めることによって作用圧縮応力度が比較的小さい場合や高強度の鋼材を使用する場合に経済的設計が可能であるように配慮されている。しかし示方書においては、「薄肉断面圧縮材の極限耐荷力が、局部座屈を伴わないと仮定した中心圧縮材の極限耐荷力と単独の周辺単純支持板の極限耐荷力の積に比例するとして評価される」という簡便法を提示しているが、連成不安定現象が生ずる場合の真の極限耐荷力を過小評価するものとなっている。<sup>16),17)</sup>

一方、欧米諸国の鋼構造設計基準においては、板要素の座屈後の有効幅を用いて、薄肉断面材の極限耐荷力を評価する近似的取扱いをしている。しかし板要素の幅厚比が相当に大きくて、局部座屈が完全に先行するような場合を除いて、一般の連成不安定挙動の実状に適合した取扱いとは言えない。しかも幅厚比があまり大きい場合には、圧縮材全体の耐荷力の低下が著しいので、そのような圧縮材を主要部材として設計することは好ましくない。

本研究においては、まず薄肉断面を有する中心圧縮材の 3 次元離散化モデルを対象にして、弾塑性有限変位解析を行い、極限耐荷力に関して上述の既往の実験結果と本解析値を対比して、本解析法の合理性を検証する。

次に、本解析によって得られた計算結果から、薄肉断面圧縮材の弾塑性不安定現象の実態を明らかにするため、下記の諸問題について検討する。

#### (1) 圧縮崩壊過程の解明

部材端の圧縮強制変位を漸増するときの挙動を追跡し、崩壊過程を解明して崩壊モードを判別する。

- (2) 強制変位の各段階ごとに立体変形状態を画像で調べ、上述の崩壊モードの判別の妥当性を確認する。
- (3) 有効幅厚比と関連細長比の組み合わせにより、崩壊モードがどのように変化するかを明らかにする。
- (4) 有効幅厚比と関連細長比の関数として極限耐荷力がどのように変化するかを調べる。

以上の成果は、弾塑性不安定現象が生ずる、薄肉中心圧縮材の合理的設計のため貴重な資料となるものと確信する。

## 2. 弾塑性有限変位解析

### 2. 1 序言

近年、有限要素法の開発と高速大容量コンピュータの発達によって、有限変位問題や非弾性問題のような構造工学における複雑な非線形問題の数値解析が可能になった。それで従来難解とされていた多くの問題に解明のメスが入られるようになった。

薄肉断面を有する中心圧縮材の極限耐荷力に関する過去の研究においては、強度設計に直接利用できるような簡易計算式の作成を急ぐあまりに、構成板要素の座屈後の有効幅を仮定したり、短柱のM-P- $\Phi$ 曲線を流用したり、短柱の強度低減係数Q (Q法) を用いたりしている。これらは、薄肉断面の局部的挙動を部材全体の挙動から分離して取り扱っており、両者が相互に影響し合いながら、板要素の曲げと部材全体の曲げが発達していく過程を適確に把握しているとは断言できない。

本研究においては、薄肉断面中心圧縮材をできるだけ忠実に表現するため、面内応力と曲げ応力を含む平板要素からなる立体離散化モデルを作成し、それを対象にして弾塑性有限変位解析を実施して、その挙動の特性を正確に再現するよう努めている。ちなみに対象物の弾塑性不安定現象の実態が解明されて初めて、次の段階として実用的観点から正しい強度設計計算法が確立されるものと考ええる。

本解析においては、構成材料の力学的特性としては、次のように仮定する。

- (i) 降伏曲面を有し、Von Mises の降伏基準に従う。
- (ii) 降伏曲面に含まれる応力空間内においては、等方等質弾性材料である。
- (iii) 等方性ひずみ硬化則に従う。
- (iv) 関連塑性流れ則に従う。

上述のうち(i)(ii)は金属材料に適合し、(iii)は除荷に伴う応力の低減量が過大でない本問題に適合する。

さらに降伏後の現在の応力状態と塑性ひずみ増分とを関係づけ、降伏後の挙動を決める増分型状態方程式を定式化するために必要な塑性流れ則については、関連塑性流れ則に従うものとする。関連塑性流れ則は、塑性ポテンシャルが降伏曲面にアフィンであると規定している。この流れ則は、Drucker が定義した安定材料に関する2つの条件を満足する材料に適用できる。上降伏点付近の影響が無視できるような鋼材はすべて関連塑性流れ則に適合するとと言える。

かくして、関連塑性流れ則の適用によって材料剛性マトリックスおよび全体系の接線剛性マトリックスが対称となり、解の一意性が保証される。

本研究においては、著者の一人が先に開発した構造解析手法を応用している。すなわち板面内変位挙動については、平面有限要素法を用い面外変形挙動については、たわみ波形を有限個数のたわみモードの重ね合わせで表現するという Ritz 法と有限要素法の混手法<sup>18)</sup> を利用し自由度の大幅な節減に成功した。

さらに pseudoforce (擬外力) を節点力として付加することによって離散化モデルに残留応力を導入することに成功した。<sup>19)</sup>

また既往の模型実験<sup>13)</sup> で使われた薄肉中心圧縮材モデルを対象にして、本解析法により、数値解析を実施したところ、終局強度の解析値は、実験値に良く一致していることが認められた。それで本解析法は、計算精度および計算効率の点で十分合理的であると考えられる。

## 2. 2 塑性理論

一般に弾性材料については、応力とひずみの関係が材料特有の関数関係で表される。例えば鋼材では、応力がひずみに比例するという線形関数の関係にある。

それに対して塑性材料においては、応力増分とひずみ増分の間材料特有の重要な関係が存在する。この応力・ひずみの増分関係は、降伏基準、ひずみ硬化則および塑性流れ則に基づいて定式化される。

本研究においては、鋼材を対象にしているので、次式で表わされる Von Mises の降伏基準に従うものとする。すなわち応力ベクトルの先端が超応力空間内で次式により表わされる初期応力曲面に到達すると降伏が生じるとするものである。

$$f(J_2', W_p = 0) = \sqrt{3 J_2'} - k(W_p = 0) = 0 \quad (2 \cdot 1)$$

ここに

$$J_2' = \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{ii} \sigma_{jj}) \quad \text{偏差応力の第 2 不変量} \quad (2 \cdot 2)$$

$i, j$ : Einstein の総和規約に従う添字

$\sigma_{ij}$ : 応力テンソル

$k$ : 降伏パラメータで材料試験 (一軸試験あるいは単純ねじり試験) によって決められる。降伏点  $\sigma_y$  を有する鋼に対しては、

$$k(W_p = 0) = \sigma_y \quad (2 \cdot 3)$$

本研究においては、中心圧縮材の両端に軸方向強制変位を与え、それを漸増させるので、極限状態に達するまでに、著しい除荷が起こるとは考えられない。そのような場合には、ひずみ硬化現象は、Hill-Hodge の等方性ひずみ硬化則に適合すると考えて差支えない。等方性ひずみ硬化則の下では、ひずみ硬化現象が生じると、初期降伏曲面と同じ位置に、相似形で拡大した図 2. 1 に示すような拡張降伏曲面 (ひずみ硬化曲面) が形成される。材料はこの曲面による新規の降伏基準に従う。

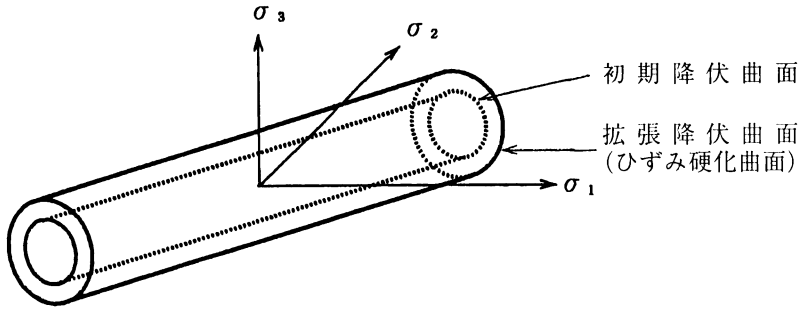


図 2. 1 等方性ひずみ硬化材料の降伏曲面

拡張降伏曲面は、次式で表わされる。

$$f(J_2, W_p) = \sqrt{3 J_2} - k(W_p) = 0 \quad (2 \cdot 4)$$

ここに  $W_p$  : 塑性仕事で次式により与えられる。

$$W_p = \int_0^{\epsilon_{ij}^p} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^p \quad (2 \cdot 5)$$

$\epsilon_{ij}^p$  : 累積塑性ひずみテンソル

一般に塑性流れ則においては、現時点での応力  $\sigma_{ij}$  と累積塑性ひずみ  $\epsilon_{ij}^p$  のスカラー関数である次の塑性ポテンシャルが存在することを前提とする

$$g = g(\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}^p) \quad (2 \cdot 6)$$

そして塑性ひずみ増分ベクトルは、次式で与えられる。

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2 \cdot 7)$$

ここに  $d\lambda$  : 塑性ひずみ増分の大きさ

もし材料が Drucker の定義する安定性材料であれば、

$$g \equiv f \quad (2 \cdot 8)$$

とおくことができる。それで

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2 \cdot 9)$$

式(2・8)、(2・9)が成り立つ場合の流れ則を関連塑性流れ則という。本研究において取り扱う鋼材については関連塑性流れ則が成り立つものとする。

さて、塑性領域において、応力増分  $d\sigma_{ij}$  と塑性ひずみ増分  $d\epsilon_{ij}^p$  が生じた後は、拡張降伏曲面は、次のようになる

$$f + df = f(\sigma_{ij} + d\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}^p + d\epsilon_{ij}^p) = 0 \quad (2 \cdot 10)$$

したがって

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}^p} d\varepsilon_{ij}^p = 0 \quad (2 \cdot 11)$$

一方、全ひずみ増分  $d\varepsilon_{ij}$  は、弾性ひずみ増分  $d\varepsilon_{ij}^e$  と塑性ひずみ増分  $d\varepsilon_{ij}^p$  の和として与えられる。

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (2 \cdot 12)$$

周知のように弾性ひずみ増分と応力増分の間には一般化された Hooke の法則が成り立つ、すなわち

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl}^e \quad (2 \cdot 13)$$

ここに  $D_{ijkl}^e$  : 弾性係数テンソル

式(2・12)と式(2・13)から

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^e (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p) \quad (2 \cdot 14)$$

式(2・9)、(2・11)および(2・14)から次の増分応力・ひずみ関係を得る。

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^l d\varepsilon_{kl} \quad (2 \cdot 15)$$

ここに

$$D_{ijkl}^l = D_{ijkl}^e - \frac{D_{ijst}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{st}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{uv}} D_{uvkl}^e}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} D_{mnop}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{op}} - \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{qr}^p} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{qr}}} \quad (2 \cdot 16)$$

$D_{ijkl}^l$  : 材料接線剛性テンソル

ところで、Von Mises の相当応力度  $\bar{\sigma}$  は次式で定義される。

$$\bar{\sigma} = \left\{ \frac{3}{2} \left( \sigma_{ij} \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{ii} \sigma_{jj} \right) \right\}^{1/2} \quad (2 \cdot 17)$$

すると次式が成り立つ

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \sigma_{ij} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}} \sigma_{ij} = \bar{\sigma} \quad (2 \cdot 18)$$

一方、定義式(2・5)から塑性ひずみ増分  $d\varepsilon_{ij}^p$  の間になされる塑性仕事増分  $dW_p$  は、

$$dW_p = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p = \bar{\sigma} d\varepsilon^p \quad (2 \cdot 19)$$

ここに  $\varepsilon^p$  : 相当塑性ひずみ

式(2・19)に式(2・9)を代入して

$$\bar{\sigma} d\varepsilon^p = \sigma_{ij} d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2 \cdot 20)$$

式(2・18)と式(2・20)から

$$d\lambda = d\bar{\epsilon}^p \quad (A)$$

さらに材料のひずみ硬化率  $H'$  は、相当応力・相当塑性ひずみ曲線の勾配として次式で定義される。

$$H' = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}^p} \quad (2 \cdot 21)$$

式(2・21)、(2・18)、(A)から

$$H' d\lambda = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} \quad (B)$$

式(B)、(2・9)、(2・14)および(2・16)から材料接線剛性テンソル  $D_{ijkl}^t$  は、

$$D_{ijkl}^t = D_{ijkl}^c - \frac{D_{ijst}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{st}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{uv}} D_{uvkl}^c}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} D_{mnop}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{op}} + H'} \quad (2 \cdot 22)$$

## 2. 3 薄板部材の弾塑性有限変位解析

薄い平板を溶接集成して構成される薄板部材に軸方向強制変位による圧縮力が作用したときに不安定崩壊する過程で、外力と応答量(変位、ひずみ、応力など)の間の関係に幾何学非線形性と材料的非線形性が同時に含まれる。後者に伴う弾塑性挙動についての取り扱いは、前節で述べたとおりである。

前者については、著者<sup>19)</sup>らが開発した移動座標法を適用して初期たわみを有する構成板および部材自身の幾何学的非線形性を取り扱うことにする。

### 2. 3. 1 解析の基礎

本研究においては、薄板部材を有限要素の集合体としての離散化モデルに置きかえる。部材の各構成板の厚さは、広がりには比して小さく、変形前に板の中央面に垂直であった横断面は、変形後も中央面に垂直であって、いわゆる Kirchhoff の平面保持の法則に従うものと考えられる。

対象とする離散化モデルを構成する有限要素は、平面線形三角形要素とする。部材は溶接集成材であるので各構成板には、残留応力および初期たわみが無載荷状態において既に存在するものとする。

初期たわみを有する板を平面三角形要素の集合体として理想化すると、図2. 2(b)に示すように、折板状を呈することになる。そこに残留応力を導入すると、節点におけるつり合いが保持されなくなる。本来、残留応力は自己平衡状態になっているので、離散化に伴う見かけ上の不釣り合いを解消するために図2. 2(b)に示すような擬外力を予め節点に付加しておく。

次に各構成板には、面内応力と共に曲げ応力が生じ、板厚方向に応力が変化する。それで塑性領域が板の長さ方向や幅方向に広がっていくだけでなく、厚さ方向にも伸展していく。



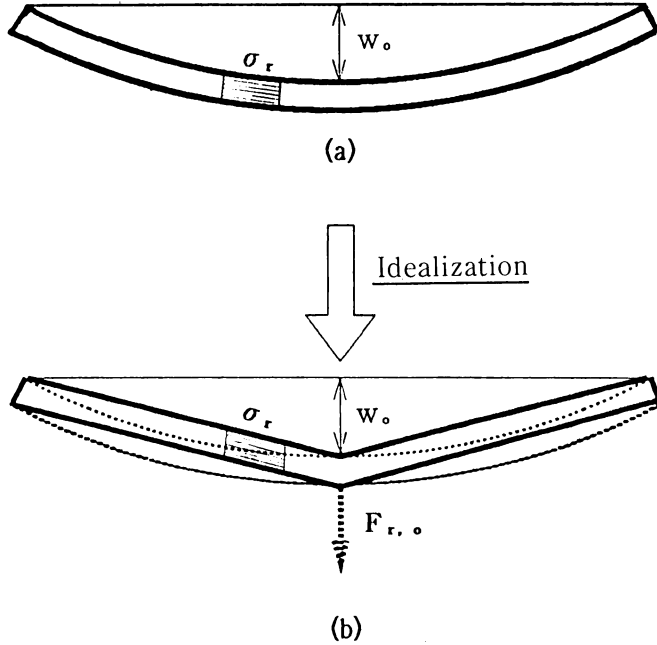


図 2. 2 残留応力の導入

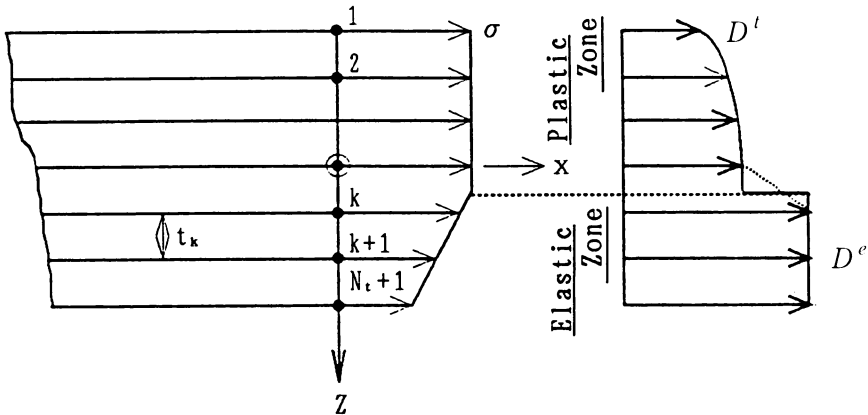


図 2. 3 層割り

板厚方向の塑性化の進行状態を追跡できるように、図 2. 3 に示すように、板厚方向に板を層状に分割し、各層内では、ひずみおよび応力は板厚方向に直線分布をするものと取り扱う。

また各有限要素内では、残留応力の部材軸方向の分布は、一定であり、板厚方向分布は、各層ごとに直線変化するものとして、残留応力の分布状態をできるだけ再現できるようにした。

さて、有限要素解析に必要な各有限要素の局所座標系  $(x, y, z)$  を図 2. 4 に示すように設定する。すなわち平面三角形要素  $ijk$  の頂点  $i$  を通り、板の中央面に垂直に  $z$  軸を設け、 $z$  軸と中央面の交点を原点  $0$  とする。原点  $0$  を通り、辺  $\overline{ij}$  に沿って  $x$  軸を設け、 $xz$  平面に垂直に  $y$  軸を設ける。

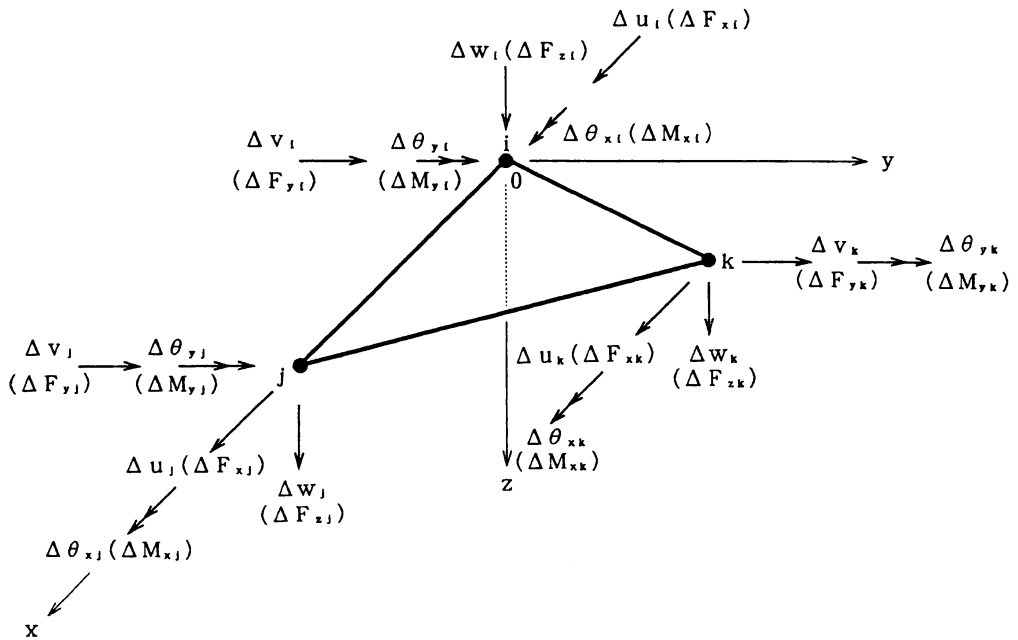


図 2. 4 局所座標系、節点変位増分及び節点力増分

線形要素であるので節点は、三角形の頂点  $i, j, k$  の 3 点とする。図 2. 4 に各節点の節点変位増分と節点力増分の局所座標系方向の成分を示す。

節点変位増分を面内変位成分と面外変位成分に分類し、各グループの成分で構成されるベクトルをそれぞれ面内変位増分ベクトルおよび面外変位増分ベクトルといい、 $\Delta \mathbf{d}_s$  および  $\Delta \mathbf{d}_b$  と記し、その構成は次のとおりである。

$$\Delta \mathbf{d}_s = \left\{ \Delta u_i; \Delta v_i; \Delta u_j; \Delta v_j; \Delta u_k; \Delta v_k \right\}$$

$$\Delta \mathbf{d}_b = \left\{ \Delta w_i; \Delta \theta_{xi}; \Delta \theta_{yi}; \Delta w_j; \Delta \theta_{xj}; \Delta \theta_{yj}; \Delta w_k; \Delta \theta_{xk}; \Delta \theta_{yk} \right\} \quad (2 \cdot 23)$$

ここに添字  $i, j, k$ : それぞれ節点  $i, j, k$  に関する力学量を表わす

$\Delta u, \Delta v, \Delta w$ : それぞれ  $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸方向の節点変位増分

$\Delta \theta_x, \Delta \theta_y, \Delta \theta_z$ : それぞれ  $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸まわりの節点回転角増分

また節点力増分も面内節点力成分と面外節点力成分に分類し、各グループの成分で構成されるベクトルをそれぞれ面内節点力増分ベクトルおよび面外節点力増分ベクトルといい、 $\Delta \mathbf{f}_s$  および  $\Delta \mathbf{f}_b$  と記し、その構成は次のとおりである。

$$\Delta \mathbf{f}_s = \left\{ \Delta F_{xi}; \Delta F_{yi}; \Delta F_{xj}; \Delta F_{yj}; \Delta F_{xk}; \Delta F_{yk} \right\}$$

$$\Delta \mathbf{f}_b = \left\{ \Delta F_{zi}; \Delta M_{xi}; \Delta M_{yi}; \Delta F_{zj}; \Delta M_{xj}; \Delta M_{yj}; \Delta F_{zk}; \Delta M_{xk}; \Delta M_{yk} \right\} \quad (2 \cdot 24)$$

ここに  $\Delta F_x, \Delta F_y, \Delta F_z$ : それぞれ  $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸方向の節点力増分

$\Delta M_x, \Delta M_y, \Delta M_z$ : それぞれ  $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸まわりの節点モーメント増分

すると局所座標系を基準にする有限要素の節点変位増分ベクトル $\Delta d$ と節点力ベクトル $\Delta f$ は次式で表わされる。

$$\Delta d = \begin{bmatrix} \Delta d_s \\ \Delta d_b \end{bmatrix}, \quad \Delta f = \begin{bmatrix} \Delta f_s \\ \Delta f_b \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 25)$$

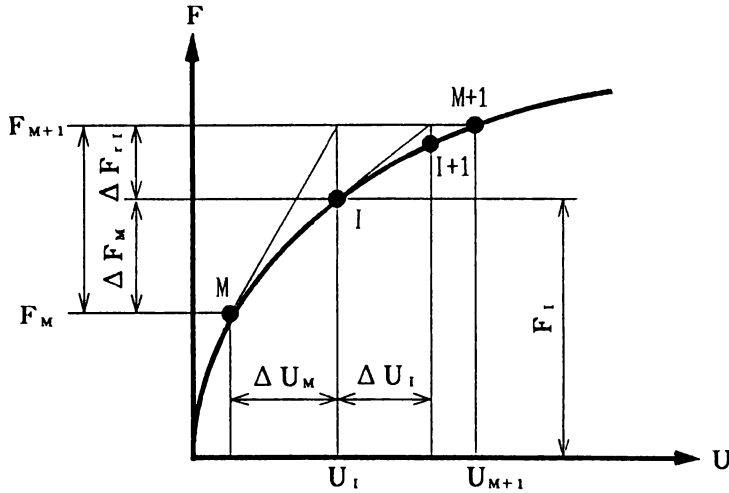


図 2・5 荷重—変位曲線

### 2. 3. 2 移動座標法の導入

軸方向強制変位を段階的に増加させることによって軸方向圧縮荷重を段階的に増加していく過程の中で、 $M$  番目の荷重段階における全体系の平衡状態から  $(M+1)$  番目の荷重段階における平衡状態を求めるのに Newton-Raphson 法を適用して繰返し計算を実施した。いま図 2. 5 に示すように、 $M$  番目の荷重段階における平衡状態から  $(I-1)$  回の反復計算を行った後、変形状態  $I$  から変形状態  $(I+1)$  を計算するとその時、状態  $I$  における不釣り合い力  $\Delta F_{I,I}$  を消去するために、次の線形増分平衡方程式を得る。

$$\Delta F_{I,I} = K_I \Delta U_I \quad (2 \cdot 26)$$

ここに  $K_I$ : 変形状態  $I$  における全体系の接線剛性マトリックス

すると  $I$  回の反復計算により得られる節点変位増分ベクトルは、

$$\Delta U_I = K_I^{-1} \Delta F_{I,I} \quad (2 \cdot 27)$$

この  $\Delta U_I$  を基準にして変形状態  $(I+1)$  におけるつり合を考えると、線形増分平衡方程式で考慮されていない非線形項が不釣り合い力として残る。この不釣り合い力を厳密に計算するためには、高次の非線形項をも含む関係式に式 (2・27) で求めた節点変位増分を代入しなければならない。そのように厳密な関係式の誘導は、繁雑である。特に幾何学的非線形性と材料的非線形性が共存する問題では、非常に繁雑で、関係式の誘導が難しいことになる。

そこで本理論においては、移動座標法を適用して不釣り合い力を計算した。この方法によれば、各有限要素の節点変位を剛体変位によるものと剛体変位後の微小変位の和として取り扱うことによって、有限変位を包含することができる。これにより高次項を含む剛性マトリックスの冗長な計算を回避できる。したがって材料非線性のみを考慮すればよいことになる。

次に平衡状態  $M$  からの変位増分を用いて、各有限要素の変形状態  $I+1$  での節点力増分ベクトルを求める。それを平衡状態  $M$  における真の節点力ベクトル  $f_M$  に加算した後、全体座標系に変換し、全有限要素について集成することによって変形状態  $I+1$  における真の節点力ベクトル  $F_{I+1}$  を得ることができる。

すると節点外力ベクトル  $F_{M+1}$  と変形状態  $I+1$  における真の節点力ベクトル  $F_{I+1}$  の差が、状態  $I+1$  における不釣り合い力ベクトル  $\Delta F_{I, I+1}$  である。すなわち

$$\Delta F_{I, I+1} = F_{M+1} - F_{I+1} \quad (2 \cdot 28)$$

すると第  $(I+2)$  回目の反復計算に用いる増分平衡方程式は、

$$\Delta F_{I, I+1} = K_{I+1} \Delta U_{I+1} \quad (2 \cdot 29)$$

これを解くと、 $(I+1)$  回目の反復計算による節点変位増分ベクトル  $\Delta U_{I+1}$  を得る。このように反復計算を繰り返し、実用上、十分な精度で次の平衡状態  $M+1$  における平衡条件が満足されるようにする。次の荷重段階  $M+2$  に移る時には、一段階前の最終不釣り合い力を次の荷重増分に加算したものを節点外力として作用させるようにすれば誤差の累積が少なく、計算精度が向上する。

### 2. 3. 3 増分平衡方程式の誘導

いま、変形状態  $I$  における局所座標系に関する有限要素中央面上の任意点のたわみを  $w_I$  とする。また、その点の状態  $I$  からの変位増分の座標方向成分を  $\Delta u$ 、 $\Delta v$ 、 $\Delta w$  とする。すると有限要素の中央面における面内ひずみ増分ベクトル  $\Delta \varepsilon_{II}$ 、曲率増分ベクトル  $\Delta \phi_I$  およびたわみ角増分ベクトル  $\Delta \theta_I$  は、次のように与えられる。

$$\Delta \varepsilon_{II} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta u}{\partial x} \\ \frac{\partial \Delta v}{\partial y} \\ \frac{\partial \Delta u}{\partial y} + \frac{\partial \Delta v}{\partial x} \end{bmatrix} = B_{II} \Delta d_{sI} \quad (2 \cdot 30)$$

$$\Delta \phi_I = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial y^2} \\ \frac{2 \partial^2 \Delta w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} = A_{\phi} \Delta d_{bI} \quad (2 \cdot 31)$$

$$\Delta \theta_I = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta w}{\partial x} \\ \frac{\partial \Delta w}{\partial y} \end{bmatrix} = A_{\theta} \Delta \mathbf{d}_{bl} \quad (2 \cdot 32)$$

局所座標  $(x, y, z)$  に位置する有限要素内任意点のひずみ増分ベクトル  $\Delta \varepsilon_I$  は、次式で与えられる。

$$\Delta \varepsilon_I = \mathbf{B}_u \Delta \mathbf{d}_{SI} + \left\{ \left( \frac{1}{2} \Delta C_{\theta I} + C_{\theta I} \right) A_{\theta} - z A_{\phi} \right\} \Delta \mathbf{d}_{bl} \quad (2 \cdot 33)$$

ここに

$$C_{\theta I} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w_I}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial w_I}{\partial y} \\ \frac{\partial w_I}{\partial y} & \frac{\partial w_I}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad \Delta C_{\theta I} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta w}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \Delta w}{\partial y} \\ \frac{\partial \Delta w}{\partial y} & \frac{\partial \Delta w}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 34)_{1,2}$$

すると応力ベクトルは、

$$\Delta \sigma_I = D_I \Delta \varepsilon_I \quad (2 \cdot 35)$$

ここに  $D_I$ : 材料剛度マトリックス (平面応力状態)

$$D_I = \begin{cases} D_I^e & \text{(材料弾性剛度マトリックス)} \\ D_I^l & \text{(材料接線剛度マトリックス)} \end{cases} \quad (2 \cdot 36)$$

そこで、平板有限要素に仮想変位の原理を適用して、変位状態  $I$  における局所座標系に関する増分剛性方程式を得る。

$$\mathbf{k}_I \Delta \mathbf{d}_I = \Delta \mathbf{f}_I \quad (2 \cdot 37)$$

ここに

$$\Delta \mathbf{f}_I = \begin{bmatrix} \Delta f_i \\ \Delta f_j \\ \Delta f_k \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{変形状態 I における} \\ \text{有限要素の節点力増分ベクトル} \end{array} \quad (2 \cdot 38)_1$$

$$\Delta \mathbf{d}_I = \begin{bmatrix} \Delta d_i \\ \Delta d_j \\ \Delta d_k \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{変形状態 I における} \\ \text{有限要素の節点変位増分ベクトル} \end{array} \quad (2 \cdot 38)_2$$

$$\Delta \mathbf{f}_p = \left\{ \Delta F_{xp}; \Delta F_{yp}; \Delta F_{zp}; \Delta M_{xp}; \Delta M_{yp} \right\} \quad \text{節点 } p \text{ の節点力増分ベクトル (2・39)}_1$$

$$\Delta \mathbf{d}_p = \left\{ \Delta u_p; \Delta v_p; \Delta w_p; \Delta \theta_{xp}; \Delta \theta_{yp} \right\} \quad \text{節点 } p \text{ の節点変位増分ベクトル (2・39)}_2$$

$p = i, j, k$

$\mathbf{k}_I$ : 変形状態  $I$  における局所座標系に関する有限要素の接線剛性マトリックス

$$\mathbf{k}_I = \mathbf{B}_0^T \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{ssl} & \mathbf{k}_{sbl} \\ \mathbf{k}_{bsl} & \mathbf{k}_{bbI} + \mathbf{k}_{GI} \end{bmatrix} \mathbf{B}_0 \quad (2・40)$$

$\mathbf{B}_0$ : ベクトル (2・25) の成分を並べ換えてベクトル (2・38) に変換するための Boolean マトリックス

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{k}_{ssl} &= \int_V \mathbf{B}_u^T \mathbf{D}_I \mathbf{B}_u \, dV \\ \mathbf{k}_{sbl} &= \mathbf{k}_{bsl}^T = - \int_V \mathbf{z} \mathbf{B}_u^T \mathbf{D}_I \mathbf{A}_\phi \, dV \\ \mathbf{k}_{bbI} &= \int_V \mathbf{z}^2 \mathbf{A}_\phi^T \mathbf{D}_I \mathbf{A}_\phi \, dV \\ \mathbf{k}_{GI} &= \int_V \mathbf{A}_\theta^T \overline{\sigma}_I \mathbf{A}_\theta \, dV \end{aligned} \right\} (2・41)$$

$$\overline{\sigma}_I = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}_I \quad (2・42)$$

$\int_V dV$ : 有限要素の全領域にわたる体積積分

そこで局所座標系に関する有限要素の増分平衡方程式 (2・37) を全体座標系に関する方程式に変換すると

$$\mathbf{k}_{gI} \Delta \mathbf{d}_{gI} = \Delta \mathbf{f}_{gI} \quad (2・43)$$

ここに

$$\mathbf{k}_{gI} = \mathbf{L}_I^T \mathbf{k}_I \mathbf{L}_I \quad (2・44)$$

$\mathbf{k}_{gI}$ : 全体座標系に関する有限要素の剛性マトリックス

$\mathbf{L}_I$ : 座標変換マトリックス

最後に全体系を構成するすべての有限要素について式 (2・43) を集成すると、全体系についての増分平衡方程式 (2・26) を組み立てることができる。

### 2. 3. 4 節点拘束条件

部材を構成する平板の端面において、ある座標方向の変位が完全に拘束されたり、強制さ

れたり、あるいは端面に剛体が隣接して平面保持が課せられる場合には、端面にある節点変位の条件に適合させるように増分平衡方程式を修正する必要がある。それで代表的な拘束条件に対する取り扱いについて述べる。

a) 安全拘束

増分平衡方程式(2・26)において節点変位増分ベクトル $\Delta U_I$ の第 $\eta$ 成分 $\Delta U_\eta$ が0になるように安全に拘束されている場合については、  
まず

$$\Delta U_\eta = 0 \quad (2 \cdot 45)$$

とおく、そして接線剛性マトリックス $K_I$ の要素 $k_{\eta\zeta}$ については

$$k_{\eta\zeta} = \delta_{\eta\zeta} \quad (\eta, \zeta = 1, 2, \dots, N) \quad (2 \cdot 46)$$

ここに $\delta_{\eta\zeta}$ ：クロネッカーのデルタ

$N$ ：離散化モデルの全自由度

またつり合い力増分ベクトル $\Delta F_{,I}$ の第 $\eta$ 成分 $\Delta F_{r,\eta}$ については

$$\Delta F_{r,\eta} = 0 \quad (2 \cdot 47)$$

とおけばよい。

b) 強制変位

増分平衡方程式(2・26)において節点変位増分ベクトル $\Delta U$ の第 $\eta$ 成分 $\Delta U_\eta$ が $\Delta \eta$ になるように部材軸方向の強制変位増分を与えるとすれば、

$$\Delta U_\eta = \Delta \eta \quad (2 \cdot 48)$$

とおく。そして接線剛性マトリックス $K_I$ の第 $\eta$ 列の列ベクトルを $k_\eta$ と記すと、式(2・48)の境界条件に対応して、平衡方程式(2・26)の構成を次のように変更すればよい。

まず左辺のつり合い力ベクトル $\Delta F_{,I}$ を $\Delta F_{,I} - k_\eta \Delta \eta$ と置き換える。また接線剛性マトリックス $K_I$ の第 $\eta$ 行および第 $\eta$ 列のすべての要素を、

$$k_{\eta\zeta} = k_{\zeta\eta} = \delta_{\eta\zeta} \quad (\zeta = 1, 2, \dots, N) \quad (2 \cdot 49)$$

とおき、さらに $\Delta F_{,I} - k_\eta \Delta \eta$ の第 $\eta$ 成分が $\Delta \eta$ になるように変更する。

以上の結果を行列演算で表わすと次のとおりである。

$$\begin{array}{c} \text{第 } \eta \text{ 行} \\ \text{第 } \eta \text{ 列} \end{array} \left[ \begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ & & & 0 & & & \\ & & & \vdots & & & \\ & & & 0 & & & \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \vdots \\ \Delta U_\eta \\ \vdots \\ \Delta U_N \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \Delta F_{,1} \\ \Delta F_{,2} \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \Delta F_{,N} \end{array} \right] - \Delta \eta \left[ \begin{array}{c} k_{\eta 1} \\ k_{\eta 2} \\ \vdots \\ -1 \\ \vdots \\ k_{\eta N} \end{array} \right] \quad (2 \cdot 50)$$

$$K_I' \Delta U = \Delta F_{,I} - \Delta \eta k_\eta \quad (2 \cdot 50)'$$

ここに

$K'_i$ : 接線剛性マトリックス  $K_i$  の第  $i$  行および第  $i$  列要素を式 (2・49) のように置いたマトリックス

$\Delta F'_i$ : 不つり合い力ベクトル  $\Delta F_{i1}$  の第  $i$  成分を 0 とおいた列ベクトル

$k'_i$ : 列ベクトル  $k_i$  の第  $i$  成分を -1 とおいた列ベクトル

以上の手法は次のような特別の場合を取り扱える。

(i) 固定端を有する中心圧縮材

固定端上にあるすべての節点に部材軸方向の一様な強制変位を付与すれば、固定端を有する中心圧縮材を変位制御で解析できる。

(ii) 端部にモーメントを受ける部材

端面が平面保持しながら重心軸のまわりに回転するように、端面上の節点に部材軸方向強制変位を付与すれば、端部にモーメントを受ける部材を変位制御で解析できる。

C) 端面に剛体キャップを有する場合

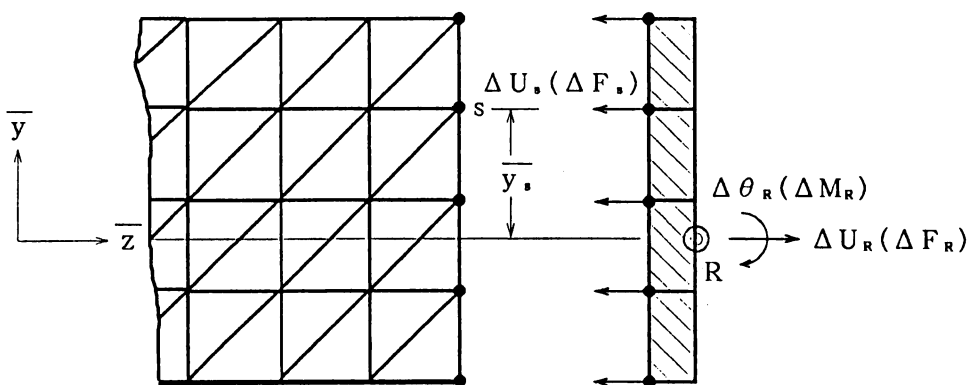


図 2. 6 剛体キャップの取り扱い

図 2. 6 に示すように端面に剛体キャップが付いていて、剛体キャップ上の特定点  $R$  に部材軸方向 ( $\bar{z}$  軸方向) の強制変位  $\Delta U_R$  を与える場合について述べる。

この場合、端面上の点  $S$  の  $\bar{z}$  軸方向の変位  $\Delta U_s$  とすると、

$$\Delta U_s = \delta_s \Delta U_R + \bar{y}_s \Delta \theta_R \quad (2 \cdot 51)$$

ここに  $\delta_s = 1$

$\Delta \theta_R$ : 点  $R$  のまわりの剛体キャップの回転角

$\bar{y}_s$ : 点  $S$  とヒンジ点  $R$  の  $\bar{y}$  方向距離

ところで剛体キャップがない場合の構造全体系の増分平衡方程式は、次のように表わせる。

$$\Delta F_\alpha = k_{\alpha\beta} \Delta U_\beta \quad (\alpha, \beta = 1 \sim N) \quad (2 \cdot 52)$$

ここに、 $\beta$ : 総和規約に従う



式(2・52)に式(2・51)を代入すれば、

$$k_{pq}\Delta U_q + k_{ps}\delta_s\Delta U_R + \bar{k}_{ps}\bar{y}_s\Delta\theta_R = \Delta F_p \quad (2 \cdot 53)$$

ここに  $p, q$  は、剛体キャップに接続するすべての節点の  $\bar{z}$  方向変位成分に対応する剛性マトリックスの行番号および列番号を除外した 1 から  $N$  までのすべての行番号と列番号を網羅したもの。そして  $q, s$  は総和規約に従う。

ところが端節点  $s$  の  $\bar{z}$  方向節点力増分  $\Delta F_s$  と外力増分  $\Delta F_R$  の間のつり合い条件は、

$$\delta_s\Delta F_s = \Delta F_R \quad (2 \cdot 54)$$

ここに  $\delta_s = 1$

また  $\Delta F_s$  と点  $R$  のまわりのモーメントのつり合い条件は、

$$\bar{y}_s\Delta F_s = \Delta M_R \quad (2 \cdot 55)$$

式(2・54)と式(2・55)を式(2・53)に代入すると

$$\left. \begin{aligned} \delta_s k_{sq}\Delta U_q + \delta_s k_{st}\delta_t\Delta U_R + \delta_s k_{st}\bar{y}_t\Delta\theta_R &= \Delta F_R \\ \bar{y}_s k_{sq}\Delta U_q + \delta_s k_{st}\bar{y}_t\Delta U_R + \bar{y}_s k_{st}\bar{y}_t\Delta\theta_R &= \Delta M_R \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 56)$$

$t$ : 総和規約に従う

i) ヒンジ点  $R$  に強制変位  $\Delta_R$  を与える場合

$$\Delta U_R = \Delta_R \quad (\text{既知量})$$

$$\Delta M_R = 0, \Delta F_R = 0$$

$$\Delta F_R, \Delta U_q, \Delta\theta_R \quad (\text{未知量})$$

を代入すれば、

$$\bar{y}_s k_{sq}\Delta U_q + \bar{y}_s k_{st}\bar{y}_t\Delta\theta_R = -\delta_s k_{st}\bar{y}_t\Delta U_R \quad (2 \cdot 57)$$

式(2・53)および式(2・57)を総括して行列形式で書けば

$$\begin{array}{c} \Delta U_p \text{ に対応} \\ \text{する行} \end{array} \left[ \begin{array}{ccc|c} k_{11} & \cdots & k_{1q} & k_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ k_{q1} & \cdots & k_{qq} & k_{qN} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ k_{p1} & \cdots & k_{pq} & k_{pN} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ k_{N1} & \cdots & k_{Nq} & k_{NN} \\ \hline \bar{y}_s k_{s1} & \cdots & \bar{y}_s k_{sq} & \bar{y}_s k_{sN} \end{array} \right] \begin{array}{c} \Delta U_1 \\ \vdots \\ \Delta U_q \\ \vdots \\ \Delta U_p \\ \vdots \\ \Delta U_N \\ \Delta\theta_R \end{array} = - \begin{array}{c} \Delta U_R \\ \vdots \\ \Delta U_R \\ \vdots \\ \Delta U_R \\ \vdots \\ \Delta U_R \\ \delta_s k_{st}\bar{y}_t \end{array} \Delta U_R \quad (2 \cdot 58)$$

$\uparrow$   $\Delta U_q$  に対応する列                       $\uparrow$   $\Delta\theta_R$  に対応する列

$\Delta\theta_R$  を消去して

$$\bar{k}_{qt}\Delta\bar{d}_{qt} = \Delta f_{qt} \quad (2 \cdot 59)$$

するとこれを全体系の増分平衡方程式とみなして、方程式(2・43)をNewton-Raphson法で解いたと同じ繰返し計算によって、未知量 $\Delta U_q$ 、 $\Delta \theta_R$ を求めることができる。

最後にそれらの解を式(2・56)<sub>1</sub>、に代入して、点 $R$ に作用する反力増分 $\Delta F_R$ を求めることができる。

#### (i)単純支持中心圧縮材

端面に剛体キャップを接続し、重心軸(弱軸)のまわりに回転できるようにヒンジ $R$ を設け、端面の重心に軸方向強制変位を付与し、上述のような数値解析を実行することによって単純支持中心圧縮材を取り扱うことができる。

#### (ii)単純支持偏心圧縮材

上記の(i)項と同じ解析モデルの強軸上の任意点に軸方向強制変位を付与すれば、単純支持偏心圧縮材を取り扱える。

### 3. 崩壊モードの類型化

#### 3. 1 序論

中心圧縮材が弾塑性不安定現象により崩壊するまでに、どのような過程をたどって応力や変位が増加していくかということを詳しく追跡することは、局部曲げと部材曲げの連成作用の有無あるいは相互の影響の大小や因果関係を明確にする上に極めて重要である。それによって初めて崩壊機構の実態を解明することができる。ところが既往の研究ではこの点についてほとんど触れられていない。

既往の内外の研究において連成座屈と言われているのは、「まず構成板の局部座屈が先行し、それによって断面の一部の抵抗性能が消失して、全体座屈による崩壊が生じる」という崩壊モードのみを指している。これが有効幅の概念の論拠になっている。

本研究においては、弾塑性不安定現象が進展して崩壊に至る過程で起こる力学的挙動を詳細に分析して、8個の崩壊モードを想定する。そして構成板に生ずる軸方向ひずみの変化状態に応じていずれの崩壊モードが発生したかを判別する手法を確立する。そしてその手法により、構成板の有効幅厚比 $R$ と圧縮材の関連細長比 $\lambda$ の組み合わせに応じてどのような崩壊モードが生じるかを明らかにするものである。

#### 3. 2 崩壊モードの分類

箱型断面中心圧縮材の崩壊の過程で、構成板の局部たわみによる板曲げひずみと部材曲げによる板面内ひずみの増加状態により、次のような8つの崩壊モードに分類することができる。

##### (i)全体座屈モード

局部たわみによる板曲げひずみが十分小さく、部材曲げによる板面内ひずみが増大して、全体系が崩壊する場合を全体座屈モードという。断面形状不変の仮定に基づく中心圧縮材を対象とする非連成座屈現象である。

##### (ii)局部座屈モード

部材曲げによる板面内ひずみが十分小さく、局部たわみによる板曲げひずみが増大し、断面の耐荷力を失い崩壊する場合を局部座屈モードという。箱型短柱を対象とする構成板の座

屈現象である。

(iii)部材曲げ先行型連成座屈

局部たわみによる板曲げひずみが小さいままで、部材曲げが増加し、板面内ひずみが限界値に達したため、板曲げひずみが急増して全体崩壊する。これを部材曲げ先行型連成座屈という。

(iv)局部曲げ先行型連成座屈

部材曲げによる板面内ひずみが小さいままで、局部曲げが増加する。それで断面抵抗性能が低減して部材曲げが発生し、板面内ひずみが急増して全体崩壊する。これを局部曲げ先行型連成座屈という。

(v)部材曲げ優勢並行型連成座屈

局部たわみと部材曲げが相互作用を起こし、局部たわみによる板曲げひずみと部材曲げによる板面内ひずみが共に漸増し、極限状態付近で板面内ひずみが板曲げひずみより大きい場合を部材曲げ優勢並行型連成座屈という。

(vi)局部曲げ優勢並行型連成座屈

局部たわみと部材曲げが相互作用を起こし、局部たわみによる板曲げひずみと部材曲げによる板面内ひずみが共に漸増し、極限状態付近で板曲げひずみが板面内ひずみより大きい場合を局部曲げ優勢並行型連成座屈という。

(vii)均等並行型連成座屈

局部たわみと部材曲げが相互作用を起こし、局部たわみによる板曲げひずみと部材曲げによる板面内ひずみが共に漸増し、極限状態付近で板曲げひずみと板面内ひずみが相等しい場合を均等並列型連成座屈という。この型の連成座屈の生じる確率は極めて少ない。

(viii)降伏崩壊

局部たわみによる板曲げひずみおよび部材曲げによる板面内ひずみが共に十分小さく全断面が降伏して崩壊する場合を降伏崩壊という。

これらの崩壊モード別に無次元圧縮力  $N/N_{max}$  に対する中央断面構成板要素の板面内ひずみ  $\epsilon_{xx}$  と板曲げひずみ  $\epsilon_b$  の変化を図 3. 1 に示す

### 3. 3 崩壊モードの判別基準

一般に、中心圧縮材の崩壊は、3. 2 節で述べた 8 つのモードのいずれかに分類される。いま対象とする中心圧縮材がこれらの中のいずれのモードで崩壊するかを判別するためには、数値解析の過程を、中央断面の構成板の軸方向ひずみの変化状態に注目してコンピュータにより自動的に実行させる。その判定基準は表 3. 1 のとおりである。

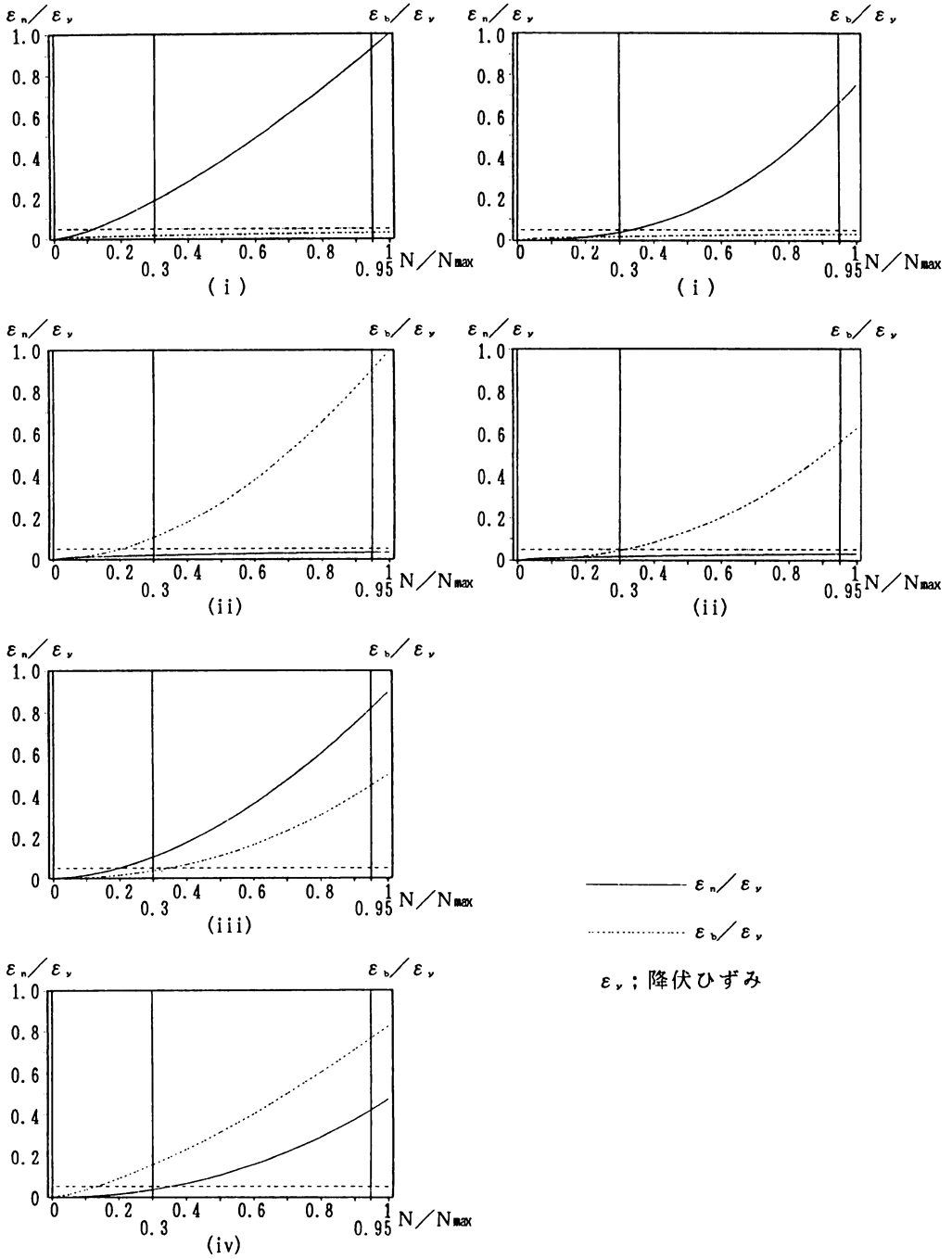


図 3. 1 崩壊モード別直ひずみ変化 (その 1)

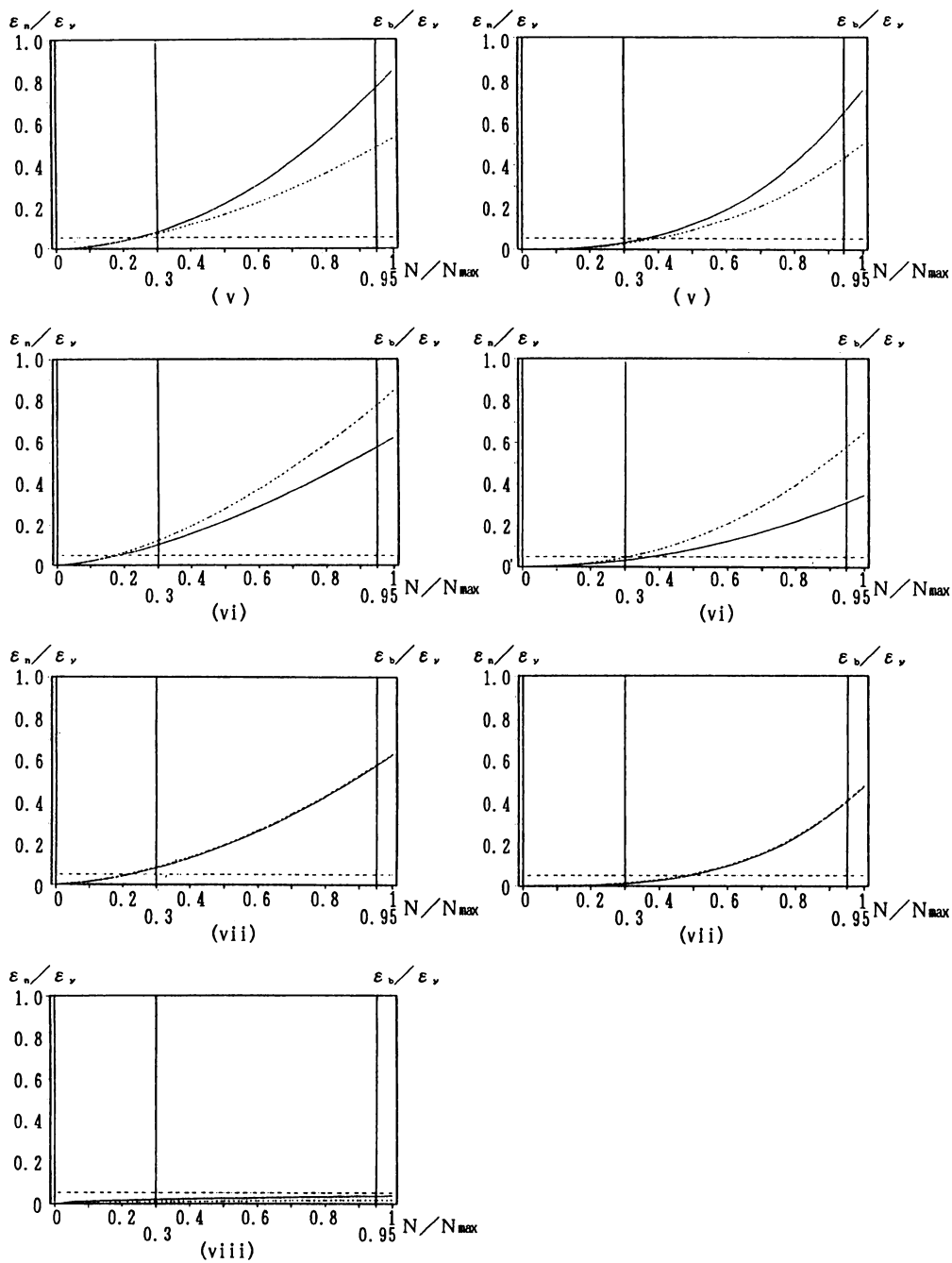


図 3. 1 崩壊モード別直ひずみ変化 (その 2)

表 3. 1 崩壊モード判定基準

	ケース 1	ケース 2
(i)全体座屈モード		
$N=0.3N_{max}$ において	$\epsilon_n \geq 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_b < 0.05 \epsilon_y$	$\epsilon_n < 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_b < 0.05 \epsilon_y$
$N=0.95N_{max}$ において	$\epsilon_b < 0.05 \epsilon_y$	$\epsilon_n \geq 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_b < 0.05 \epsilon_y$
(ii)局部座屈モード		
$N=0.3N_{max}$ において	$\epsilon_b \geq 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_n < 0.05 \epsilon_y$	$\epsilon_b < 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_n < 0.05 \epsilon_y$
$N=0.95N_{max}$ において	$\epsilon_n < 0.05 \epsilon_y$	$\epsilon_b \geq 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_n < 0.05 \epsilon_y$
(iii)部材曲げ先行型連成座屈		
$N=0.3N_{max}$ において	$\epsilon_n \geq 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_b < 0.05 \epsilon_y$	
$N=0.95N_{max}$ において	$\epsilon_b \geq 0.05 \epsilon_y$	
(iv)局部曲げ先行型連成座屈		
$N=0.3N_{max}$ において	$\epsilon_b \geq 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_n < 0.05 \epsilon_y$	
$N=0.95N_{max}$ において	$\epsilon_n \geq 0.05 \epsilon_y$	
(v)部材曲げ優勢並行型連成座屈		
$N=0.3N_{max}$ において	$\epsilon_n \geq 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_b \geq 0.05 \epsilon_y$	$\epsilon_n < 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_b < 0.05 \epsilon_y$
$N=0.95N_{max}$ において	$\epsilon_n > \epsilon_b$	$\epsilon_n > \epsilon_b$ $\epsilon_n \geq 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_b \geq 0.05 \epsilon_y$
(vi)局部曲げ優勢並行型連成座屈		
$N=0.3N_{max}$ において	$\epsilon_n \geq 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_b \geq 0.05 \epsilon_y$	$\epsilon_n < 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_b < 0.05 \epsilon_y$
$N=0.95N_{max}$ において	$\epsilon_b > \epsilon_n$	$\epsilon_b > \epsilon_n$ $\epsilon_n \geq 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_b \geq 0.05 \epsilon_y$
(vii)均等型連成座屈		
$N=0.3N_{max}$ において	$\epsilon_n \geq 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_b \geq 0.05 \epsilon_y$	$\epsilon_n < 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_b < 0.05 \epsilon_y$
$N=0.95N_{max}$ において	$\epsilon_b = \epsilon_n$	$\epsilon_n \geq 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_b \geq 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_b = \epsilon_n$
(viii)降伏崩壊		
$N=0.3N_{max}$ において	$\epsilon_n < 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_b < 0.05 \epsilon_y$	
$N=0.95N_{max}$ において	$\epsilon_n < 0.05 \epsilon_y$ $\epsilon_b < 0.05 \epsilon_y$	

表 3. 1 において  $\epsilon_n$  は、部材曲げによる板面内ひずみである。すなわち図 3. 2(a)において両フランジの端部のひずみを  $\epsilon_c$  および  $\epsilon_{c'}$  と記すると

$$\epsilon_n = \frac{1}{2}(\epsilon_c - \epsilon_{c'}) \quad (3 \cdot 1)$$

いっぽう、 $\epsilon_b$  は、フランジの局部曲げにより生ずる板曲げひずみである。そして  $\epsilon_b$  は次式で算出される。

$$\epsilon_b = \epsilon_1 - \epsilon_3 \quad (3 \cdot 2)$$

ここに  $\epsilon_1$ 、 $\epsilon_3$  : それぞれ部材軸に平行なフランジの中央断面と板表面および板中立面との交点 1 および 3 における軸方向ひずみで図 3. 2(b)に示すとおりである。

### 3. 4 崩壊モードの判別

対象とする中心圧縮材の崩壊モードの判別は、3. 3 節で述べた判定基準に従い、数値解析で得られる板面内ひずみ  $\epsilon_n$  と板曲げひずみ  $\epsilon_b$  の変化状態を図 3. 3 に示す流れ図に沿ってコンピュータによって自動的に追跡することにより実行される。

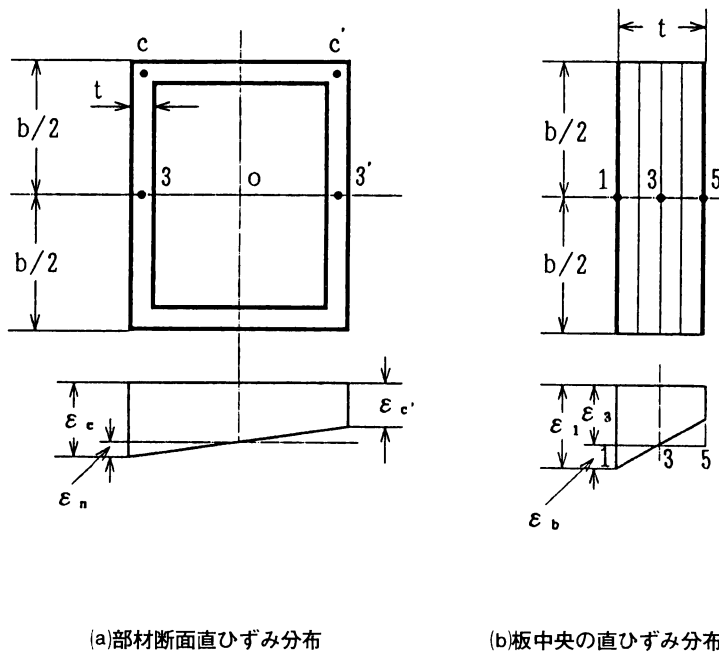


図 3. 2  $\epsilon_n$  と  $\epsilon_b$

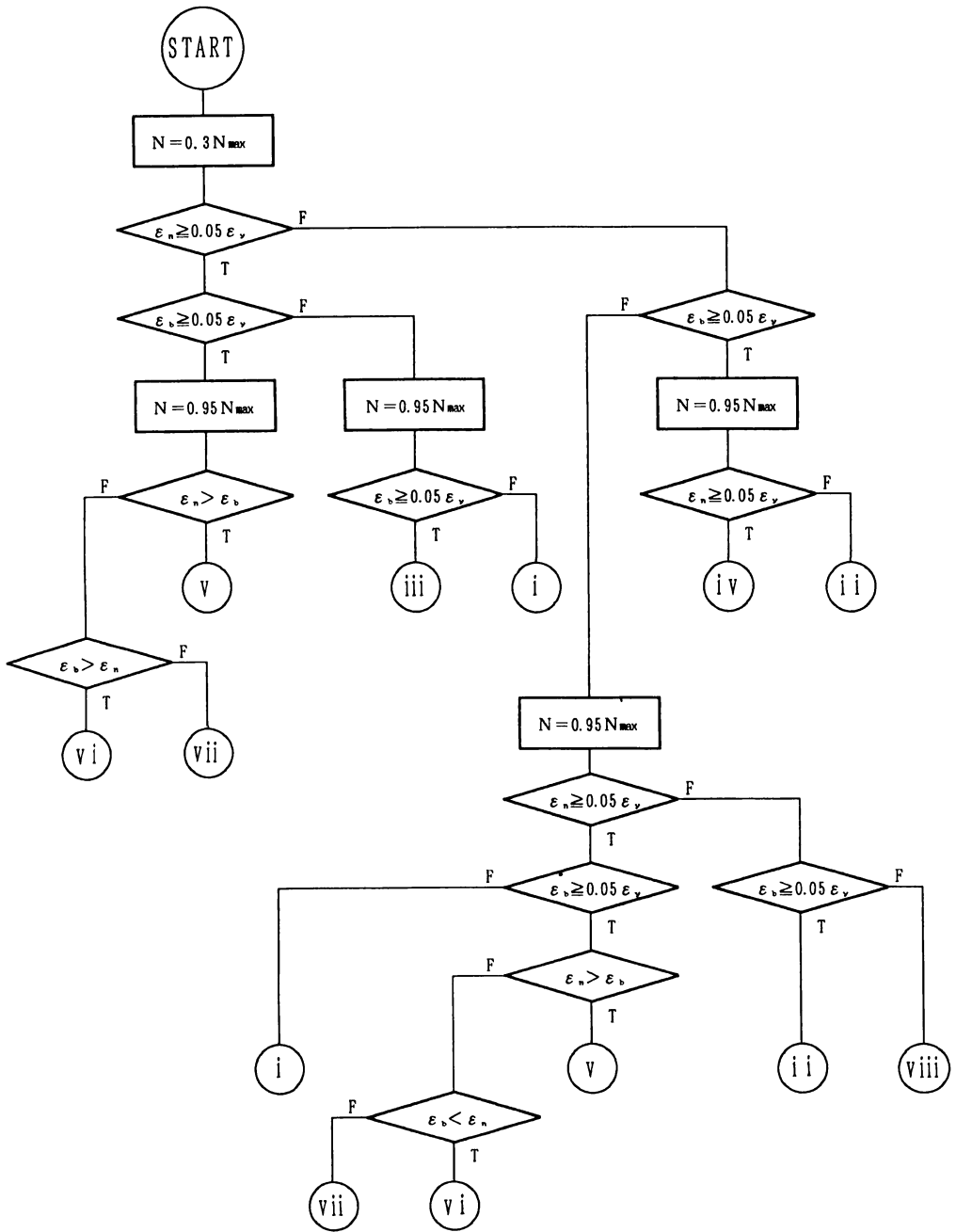


図 3. 3 崩壊モード判別流れ図



#### 4. 数値解析モデル

本研究において、最初にパラメータ解析の対象としたモデルは、図4.1に示すような箱型断面を有する長さ  $l$  の薄肉中心圧縮材である。

##### 4.1 材料特性

解析モデルは、構造用普通鋼材からなり、その力学的性質は、材料試験の結果の平均的な数値で表わし、表4.1のとおりとする。

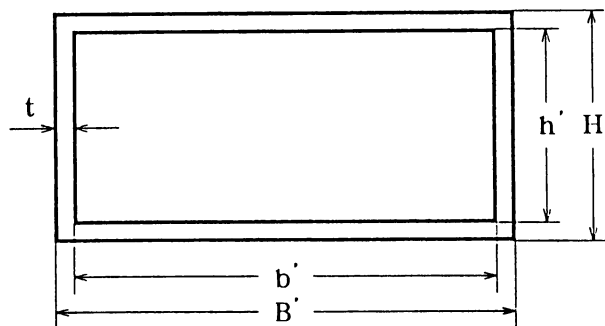


図4.1 解析モデルの横断面形状

表4.1 解析モデルの材料特性

降伏応力度 (代表値)	$\sigma_y = 2,850 \text{ kgf/cm}^2$
ヤング係数	$E = 2.1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$
ひずみ硬化係数	$B = 0.488$
ひずみ硬化指数	$n = 0.268$
ひずみ硬化開始ひずみ	$\epsilon_n = 0.0211$
最大有効ひずみ	$\epsilon_r = 0.211$
ポアソン比	$\nu = 0.3$
せん断弾性係数	$G = 8.1 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$
部材の初期たわみ	$\delta_0 = l / 1000$
板の初期たわみ	$\Delta_0 = b / 150$
残留応力度	$\sigma_{rt} = 2,850 \text{ kgf/cm}^2$
残留応力度	$\sigma_{rc} = 1,140 \text{ kgf/cm}^2$

ひずみ硬化領域における応力・ひずみ関係は次式で表わされる。

$$\frac{\sigma}{\sigma_y} = B \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_y} \right)^n \quad (4 \cdot 1)$$

ここに

- $\sigma$  : 応力  
 $\sigma_y$  : 降伏応力度  
 $B$  : ひずみ硬化係数  
 $n$  : ひずみ硬化指数  
 $\epsilon$  : ひずみ  
 $\epsilon_y$  : 降伏開始時ひずみ

#### 4. 2 解析モデルの細長比と幅厚比

中心圧縮材の部材曲げによる座屈応力度は、次式で表わされる関連細長比 $\bar{\lambda}$ に影響される。

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \frac{l}{r} \quad (4 \cdot 2)$$

ここに  $r$ : 断面回転半径

一方、部材を構成している板の曲げによる局部座屈応力度は、次式で表わされる有効幅厚比  $R$  に影響される。

$$R = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2) \sigma_y}{kE}} \frac{b}{t} \quad (4 \cdot 3)$$

ここに  $b = \frac{1}{2}(B+b)$ : フランジの板幅

$$k = \frac{(\alpha_f + 1/\alpha_f)^2 + (h/b)(\alpha_w + 1/\alpha_w)^2}{1 + (h/b)^3} \quad \text{短柱の有効座屈係数}^{22)} \quad (4 \cdot 4)$$

$$\alpha_f = a/b, \quad \alpha_w = a/h, \quad a = b \left[ \frac{1 + (h/b)^3}{1 + b/h} \right]^{1/4} \quad (4 \cdot 5)_{1-3}$$

#### 4. 3 初期不整

薄肉断面中心圧縮材には、無載荷状態において既に初期たわみおよび残留応力などの初期不整が含まれている。本研究で取り扱う解析モデルには次のような初期不整を含むものとする。

(1) 中心圧縮材の柱としての初期たわみ

図 4. 2 に示すように、中心圧縮材の両端面の重心を結ぶ直線に沿って座標軸  $z$  を設ける。すると無載荷状態で部材軸は、図のように湾曲し初期たわみ  $\delta$  は、次式で表わされる  $z$  の関数と仮定する

$$\delta = \delta_0 \sin \frac{\pi z}{l} \quad (4 \cdot 6)$$

ここに  $\delta_0 = l/1000$ : 中央  $z = l/2$  における初期たわみ  $\delta_0$  は、圧縮材の曲りの許容誤差<sup>15)</sup> に等しい

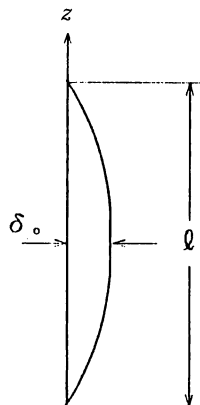


図 4. 2 柱の初期たわみ

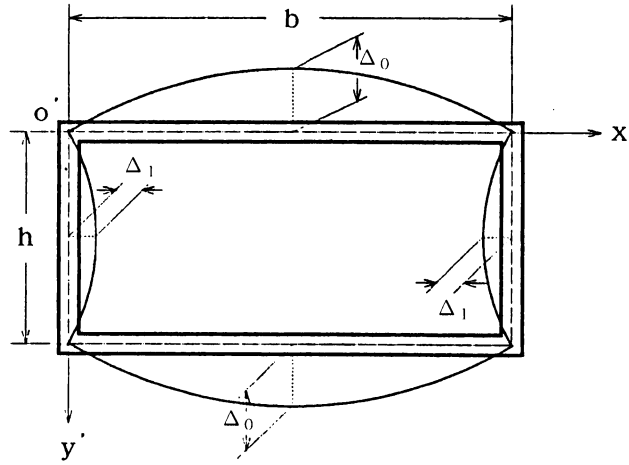


図 4. 3 板の初期たわみ(中央断面)

(2)板の初期たわみ

箱型断面を構成するフランジおよびウェブの初期たわみは、図 4. 3 に示す横方向の座標  $x'$  および  $y'$  の関数として次式で表わされる。

(i)フランジ

$$\Delta_f = \Delta_0 \sin \frac{n\pi z}{l} \sin \frac{\pi x'}{b} \quad (4 \cdot 7)$$

(ii)ウェブ

$$\Delta_w = \Delta_1 \sin \frac{n\pi z}{l} \sin \frac{\pi y'}{h} \quad (4 \cdot 8)$$

もし  $m$  を整数として、

$$m \leq \frac{l}{b} \leq m + 1$$

かつ  $m$  が奇数ならば、 $n = m$

$m$  が偶数ならば、 $n = m + 1$

また

$$\left. \begin{aligned} \Delta_0 &= \frac{b}{150} \\ \Delta_1 &= \frac{h}{150} \end{aligned} \right\} \text{板の平面度の許容誤差}^{15)} \quad (4 \cdot 9)$$

(3)残留応力

本研究の数値解析において対象とする箱型断面は、2軸対称である。したがって残留応力の断面内分布も2軸対称であるとし、実測結果<sup>21)</sup>に基づき図 4. 4 に示す自己平衡状態の残留応力分布を仮定する。

また、残留応力の軸方向分布は一様である。

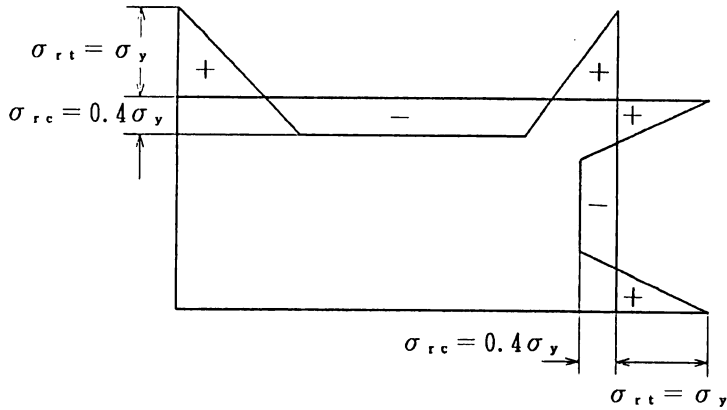


図 4. 4 残留応力分布 (2 軸対称)

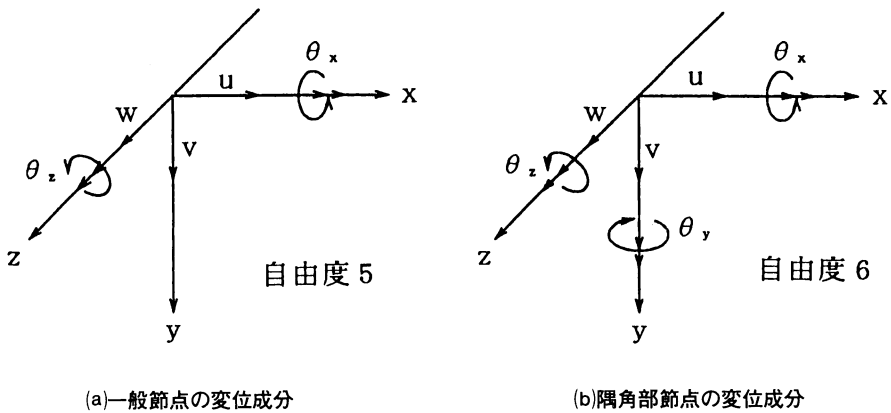


図 4. 5  $xz$  面に平行な平板要素の節点変位

#### 4. 4 節点の自由度

面内変位と面外曲げを含む平板の問題において一般節点の自由度は 5 として十分な計算精度が得られる。すなわち変位については面内変位  $u$ 、 $v$  面外変位  $w$ 、回転変位については板曲げを伴う回転変位  $\theta_x$  (または  $\theta_y$ )、 $\theta_z$  合計 5 自由度である。  $xz$  面に平行な平板要素の節点について例示すれば、図 4. 5(a)のとおりである。

いっぽう、2 枚の平板が接合されている隅角部に位置する節点については、隣接要素間の変位の適合性を考慮する必要があるので、6 自由度 ( $u$ 、 $v$ 、 $w$ 、 $\theta_x$ 、 $\theta_y$ 、 $\theta_z$ ) とする。

#### 4. 5 メッシュ分割

本研究において取り扱う離散化モデルは、線形三角形要素で構成され、局部たわみが生じ易い部材の中央部付近を細かいメッシュとし、端部を荒いメッシュとして数値計算の精度と効率化を達成することにした。各構成板のメッシュ分割の 1 例を図 4. 6 に示す。

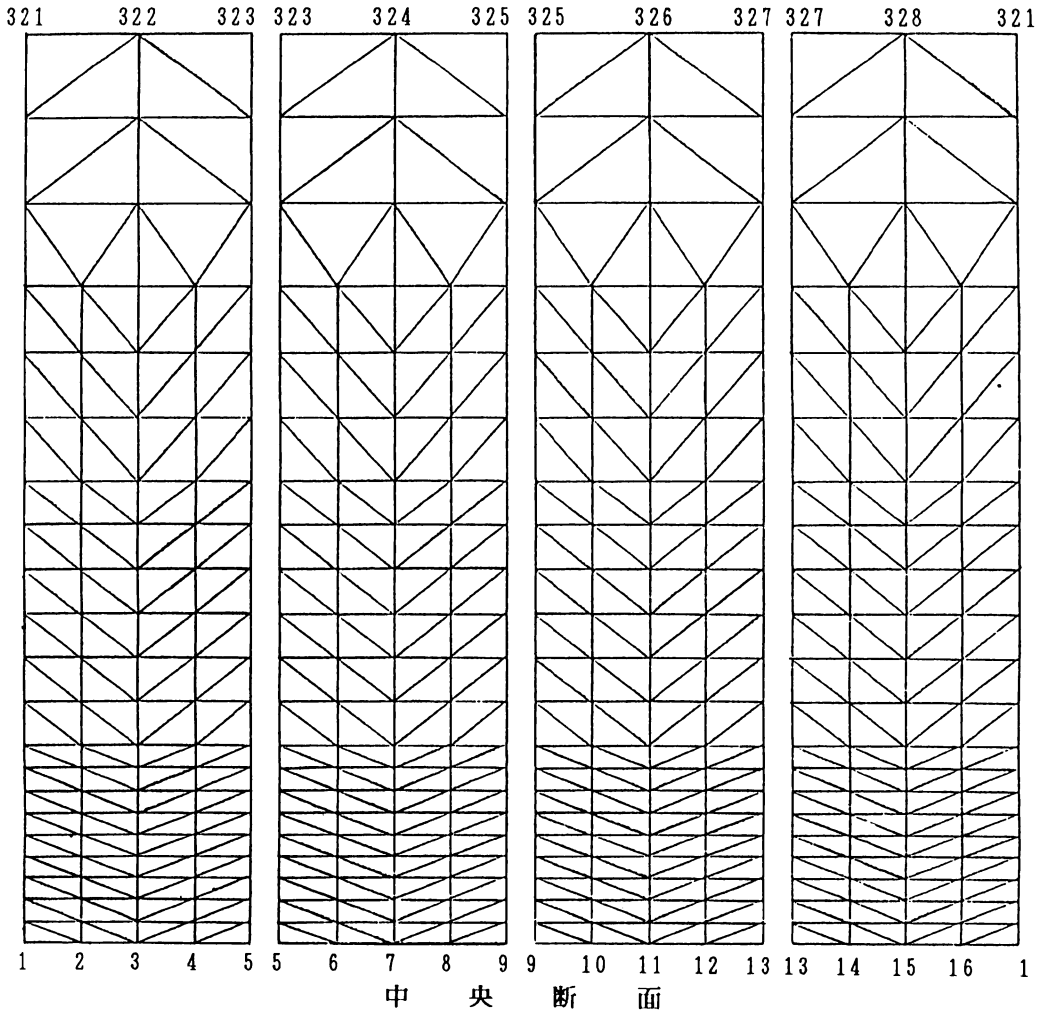


図 4. 6 メッシュ分割の例

#### 4. 6 部材端の境界条件

本数値解析において取り扱う中心圧縮材の端部境界条件については、固定とし、両端に強制変位を与え、いわゆる変位制御とする。

#### 4. 7 解析モデルの寸法諸元

本研究において実際に取り扱った解析モデルの寸法諸元およびそれに対応する関連細長比  $\bar{\lambda}$  と有効幅厚比  $R$  を表 4. 2 に掲げる。

### 5. 数値解析結果

表 4. 2 に掲げた代表的な解析モデルを対象にして実施した数値解析の結果について述べ、弾塑性不安定現象の実態について考察を行う。

表 4. 2 数値解析(パラメータ)の諸元

供試体番号	供 試 体 寸 法					
	B' (cm)	H' (cm)	t (cm)	ℓ (cm)	$\lambda$	R
Y 0 1	11.458	11.458	0.444	537.26	1.4000	0.4806
Y 0 2	11.458	11.458	0.444	805.89	2.1000	0.4806
Y 0 3	11.458	11.458	0.444	1074.52	2.8000	0.4806
Y 1 1	22.916	11.458	0.444	537.26	1.2940	0.8030
Y 1 2	22.916	11.458	0.444	805.89	1.9410	0.8030
Y 1 3	22.916	11.458	0.444	1074.52	2.5880	0.8030
Y 2 1	34.374	11.458	0.444	537.26	1.2501	1.1584
Y 2 2	34.374	11.458	0.444	805.89	1.8752	1.1584
Y 2 3	34.374	11.458	0.444	1074.52	2.5003	1.1584
Y 3 2	45.832	11.458	0.444	805.89	1.8392	1.5032
Y 3 3	45.832	11.458	0.444	1074.52	2.4522	1.5032

表 5. 1 崩壊モード

供試体番号	崩 壊 モ ー ド
Y 0 1	部材曲げ優勢並行型連成座屈
Y 0 2	全体座屈モード
Y 0 3	全体座屈モード
Y 1 1	局部曲げ先行型連成座屈
Y 1 2	局部曲げ先行型連成座屈
Y 1 3	部材曲げ優勢並行型連成座屈
Y 2 1	局部曲げ先行型連成座屈
Y 2 2	局部曲げ先行型連成座屈
Y 2 3	局部曲げ先行型連成座屈
Y 3 2	局部曲げ先行型連成座屈
Y 3 3	局部曲げ先行型連成座屈

### 5. 1 崩壊モードの判別

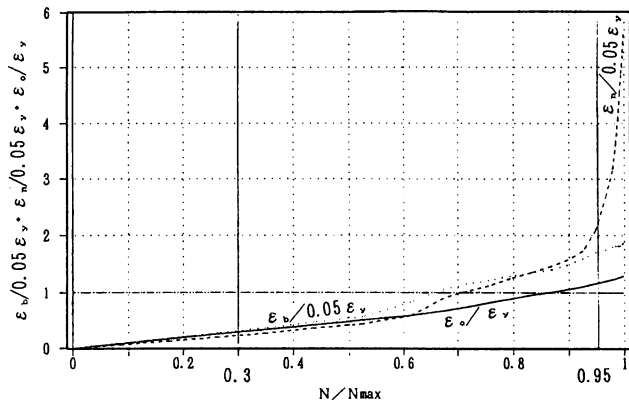
第3章で述べた判定方法を使い、コンピュータにより自動的に崩壊モードを判別した。すなわち図5. 1に示すように、局部曲げひずみ $\epsilon_{\theta}$ と全体曲げひずみ $\epsilon_{\theta}$ を圧縮力 $N$ に対して無次元量として各解析モデルごとにプロットして、両ひずみの変化状態を表3. 1の判定基準に従って崩壊モードを判別した。その結果を表5. 1に掲げる。

### 5. 2 立体的変形状態

本研究において対象とした各解析モデルが圧縮崩壊の過程および極限においてどのような立体的変形状態を呈するかということは、5. 1節で述べた崩壊モードの判定に関連して重要である。そこで画像処理により(1)圧縮力 $N$ が極限圧縮力 $N_{max}$ の0.5倍の場合(2)極限状態付近 $N=0.95N_{max}$ の場合の変形状態を立体画像で図5. 2のように表わすことができた。

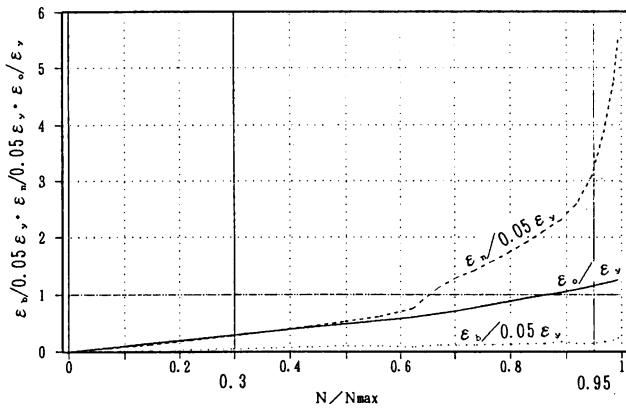
解析モデルごとに、図に示される立体的変形状態に含まれる部材曲げと局部曲げの程度を比較すると、表5. 1に掲げられる崩壊モードの判定結果は、解析されたすべてのモデルについて合理的であると考えられる。

Y 0 1



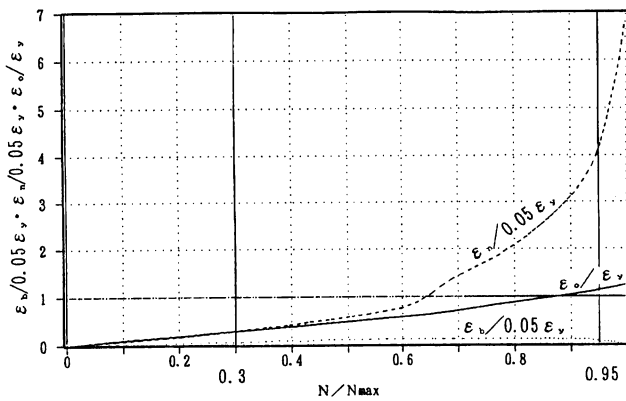
(a)モデルY 0 1

Y 0 2



(b)モデルY 0 2

Y 0 3

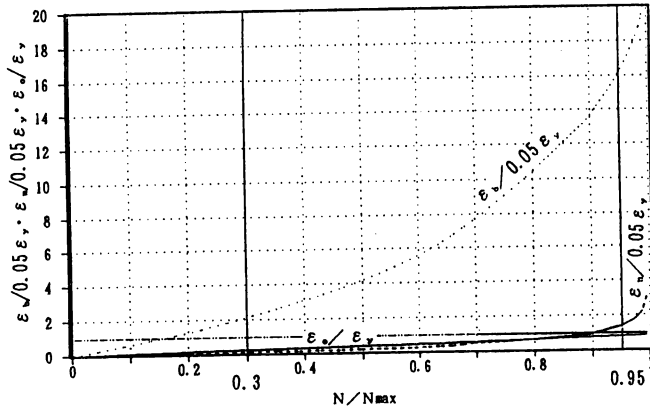


(c)モデルY 0 3

図 5. 1

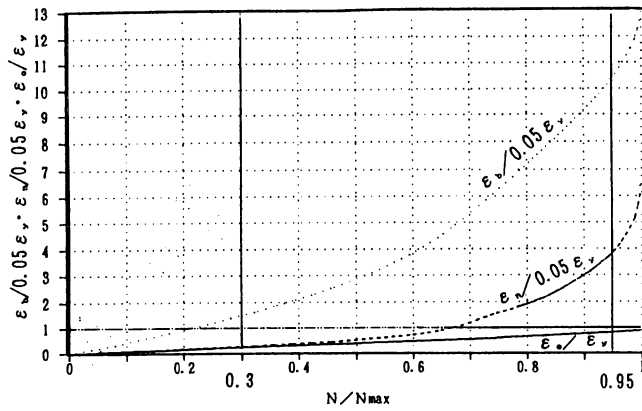


Y 1 1



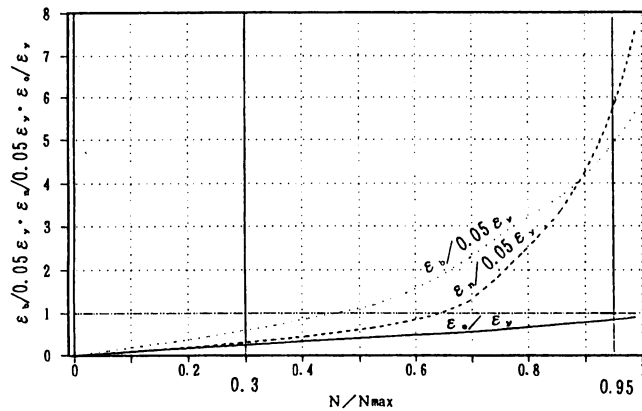
(d)モデルY 1 1

Y 1 2



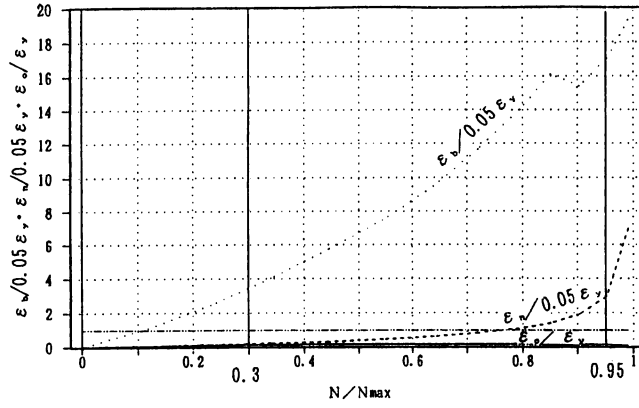
(e)モデルY 1 2

Y 1 3



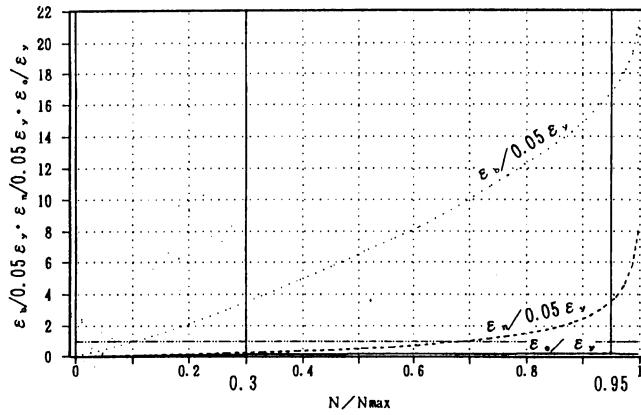
(f)モデルY 1 3

Y 2 1



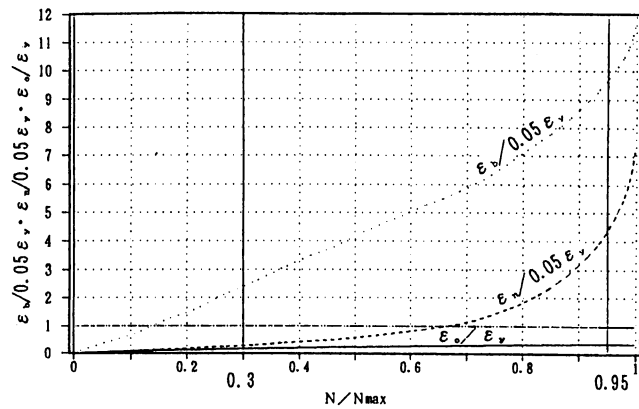
(g)モデル Y 2 1

Y 2 2



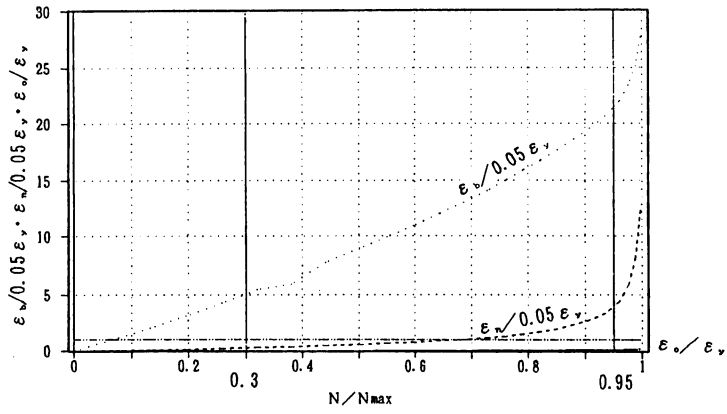
(h)モデル Y 2 2

Y 2 3



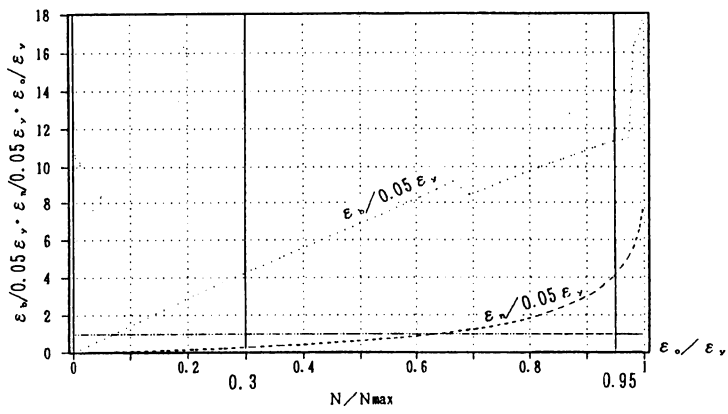
(i)モデル Y 2 3

Y 3 2



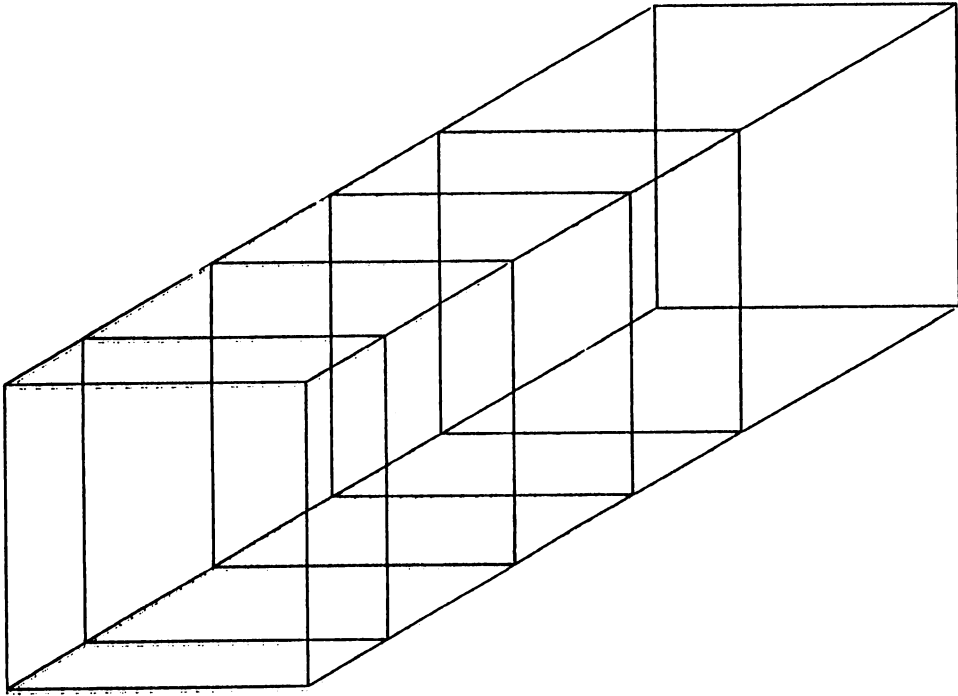
(j)モデル Y 3 2

Y 3 3

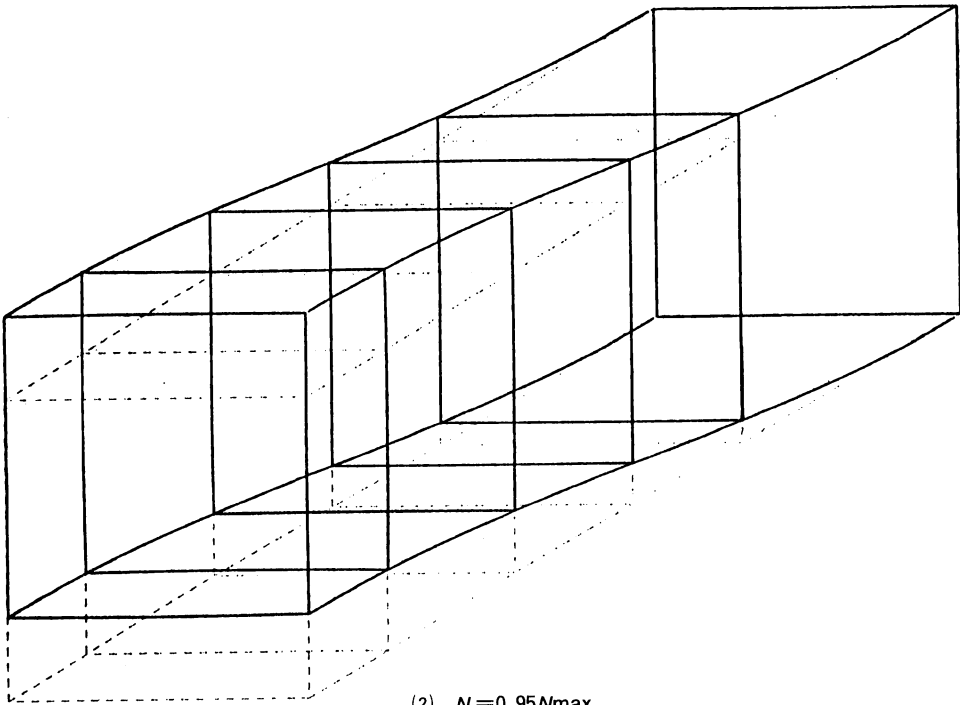


(k)モデル Y 3 3

図 5. 1  $\epsilon_b/0.05\epsilon_y \sim N/N_{max}$ 、 $\epsilon_n/0.05\epsilon_y \sim N/N_{max}$ 、 $\epsilon_o/\epsilon_y \sim N/N_{max}$  曲線

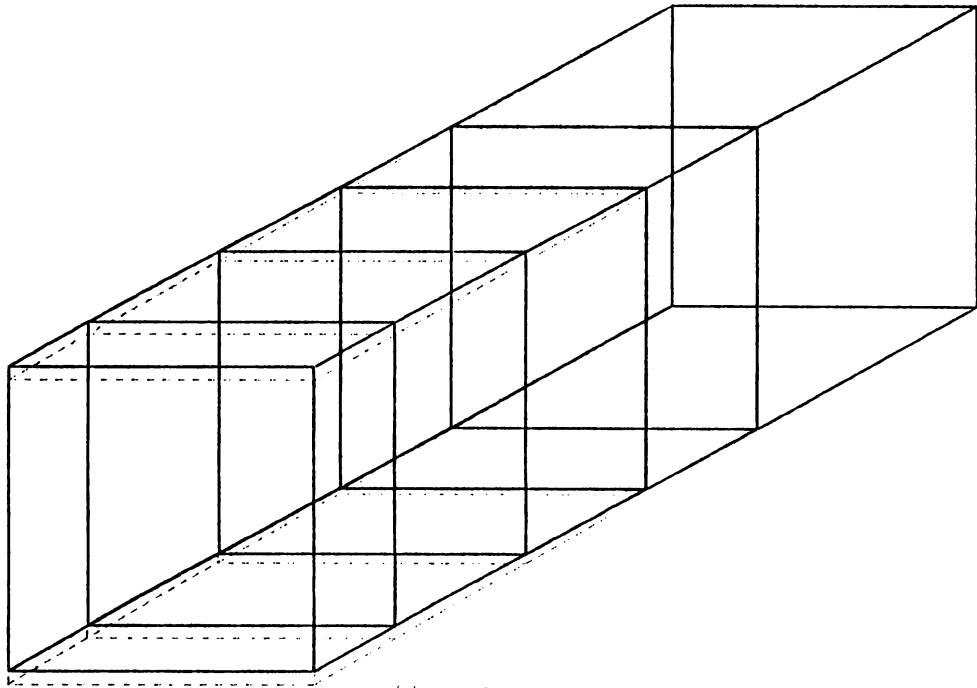


(1)  $N = 0.5 N_{max}$

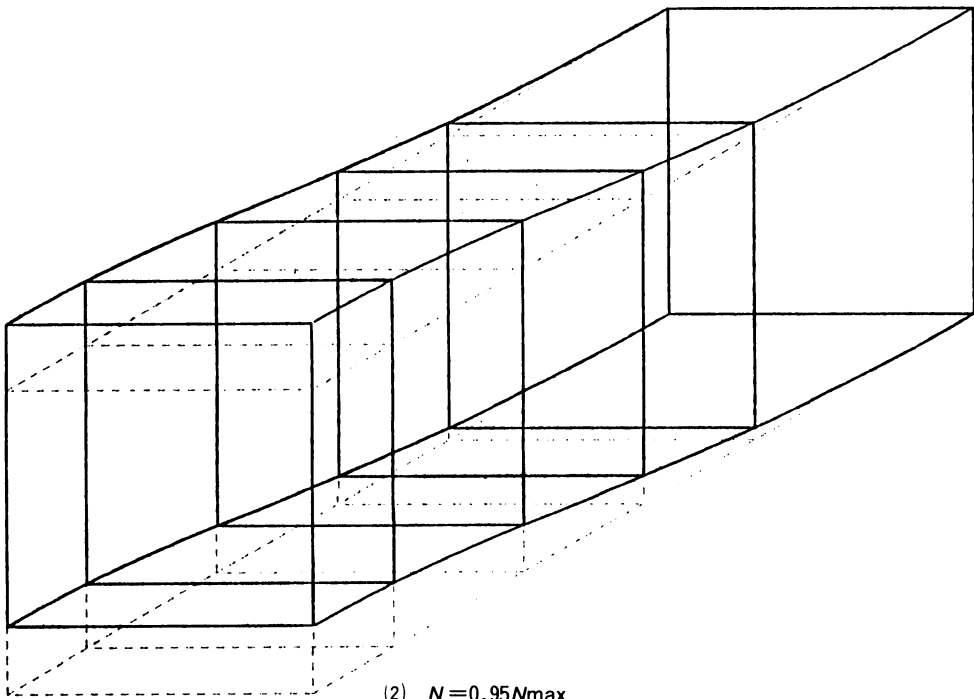


(2)  $N = 0.95 N_{max}$

図 5. 2 (a) Y 0 1 の変形状態



(1)  $N=0.5 N_{max}$



(2)  $N=0.95 N_{max}$

図 5. 2 (b)モデル Y 0 2 の変形状態

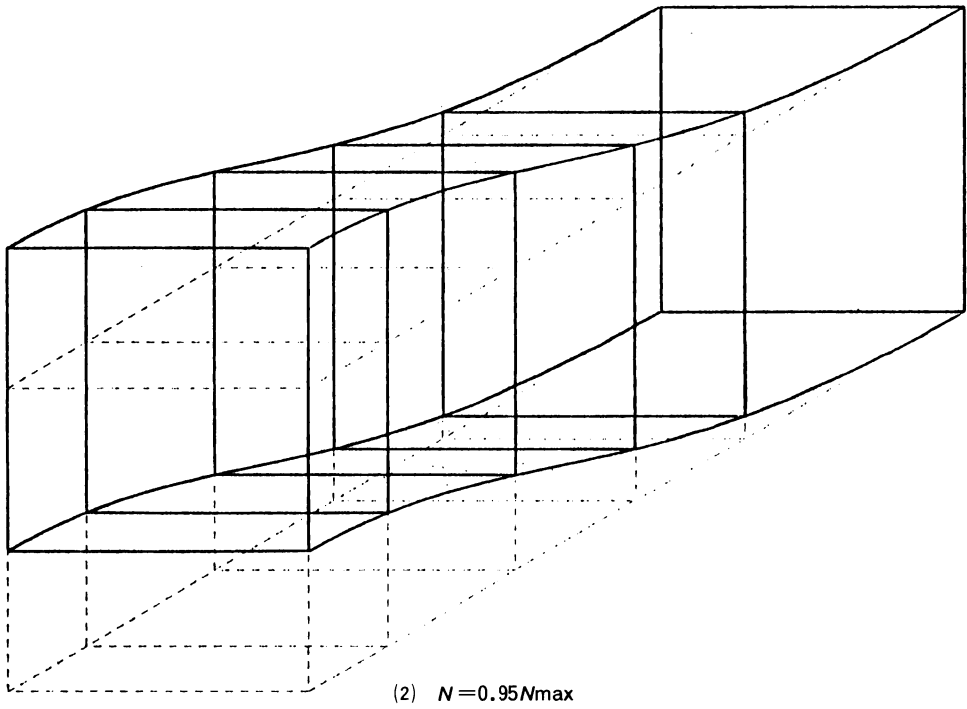
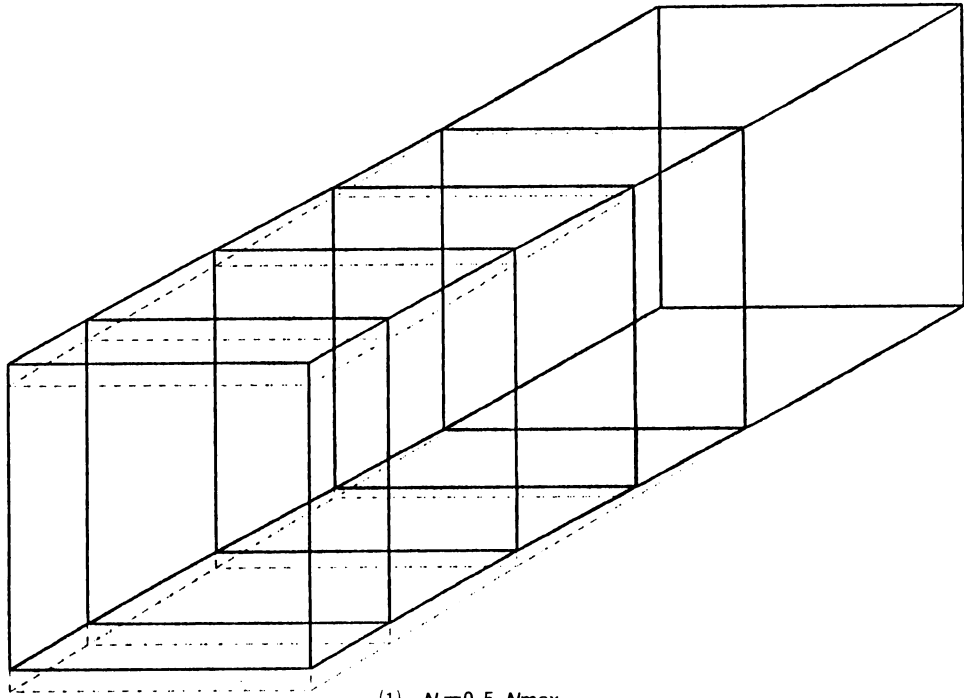
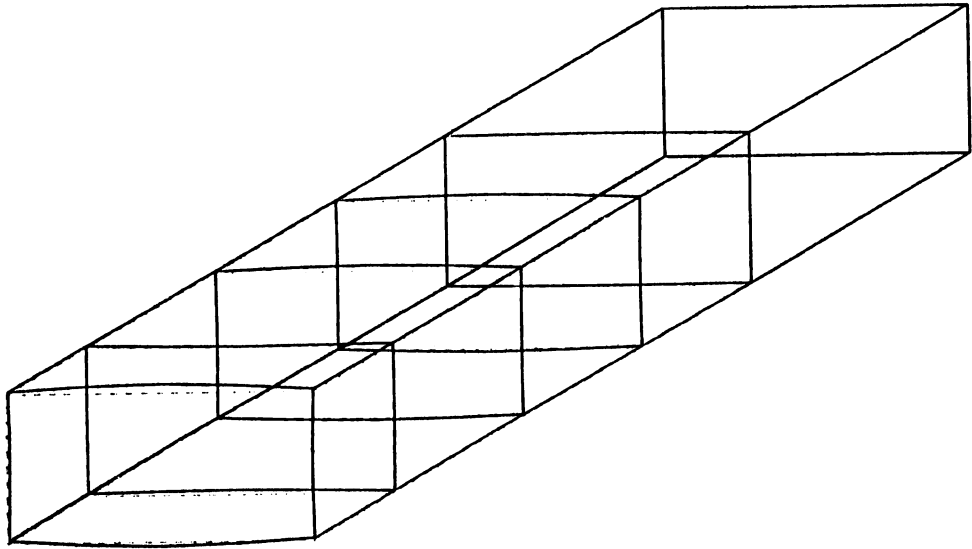
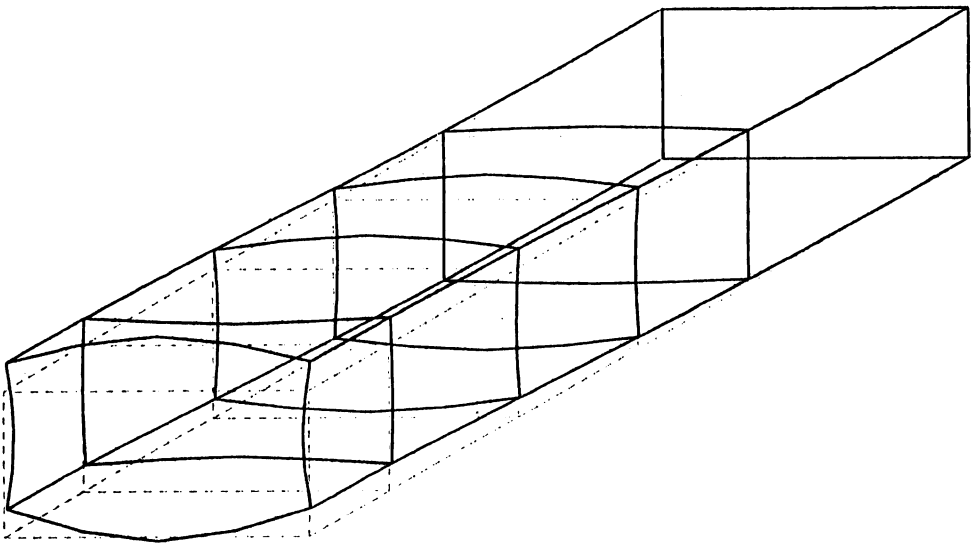


図 5. 2 (c)モデル Y 0 3 の変形状態

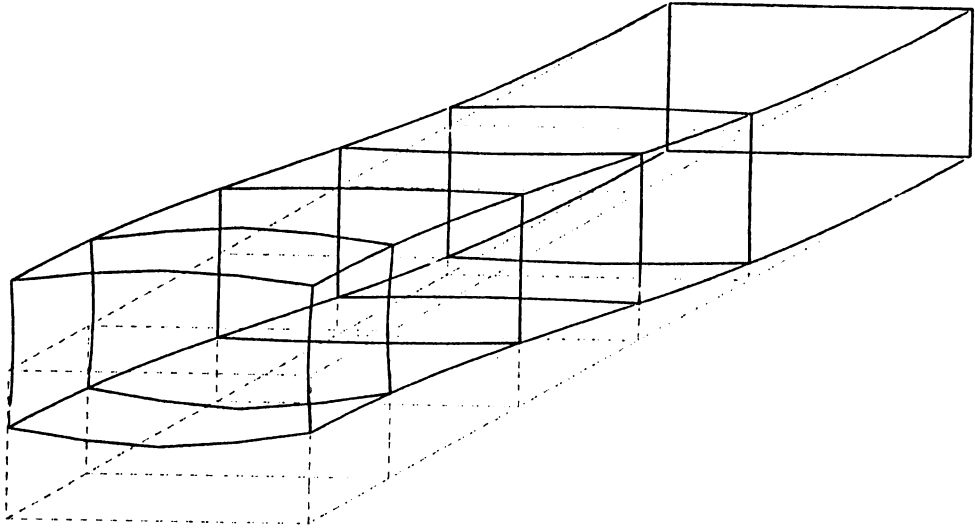


(1)  $N=0.5 N_{max}$

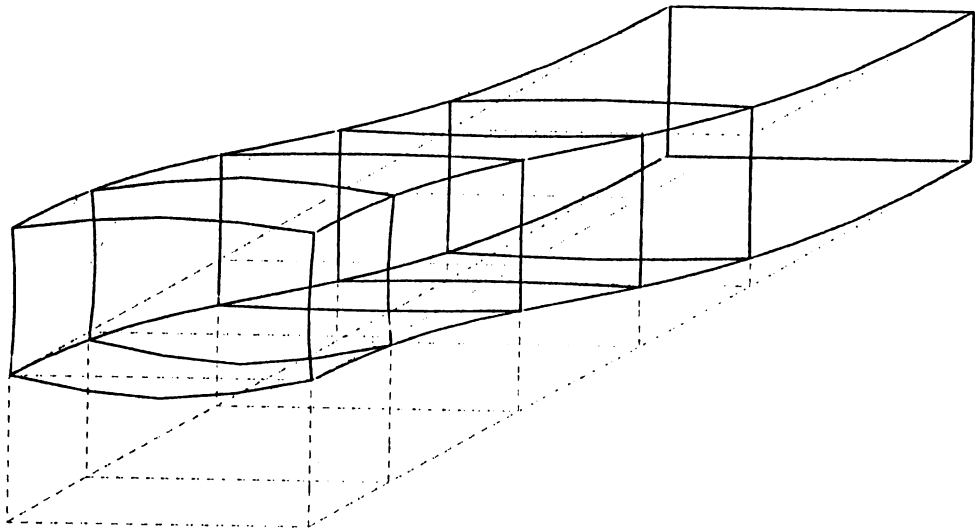


(2)  $N=0.95 N_{max}$

図 5. 2 (d)モデル Y 1 1 の変形モード



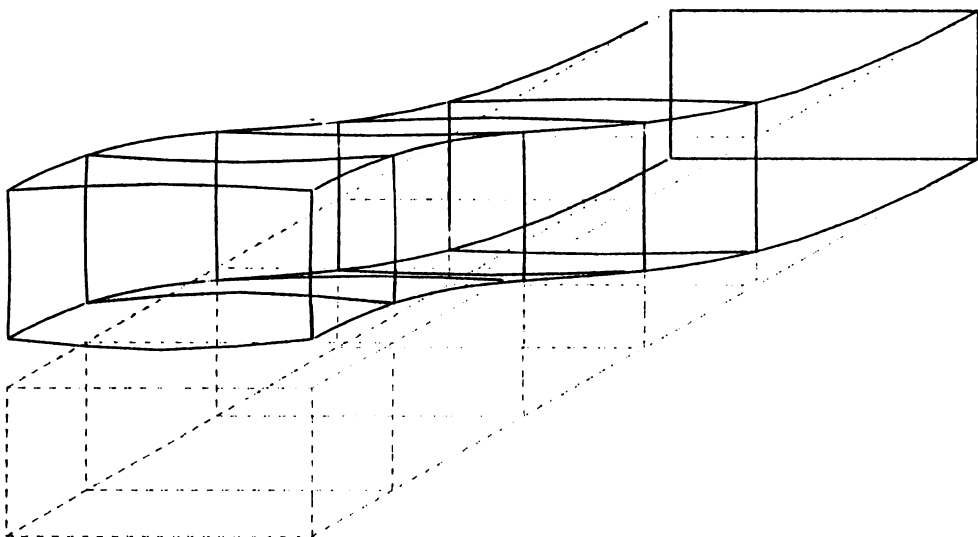
(1)  $N = 0.5 N_{max}$



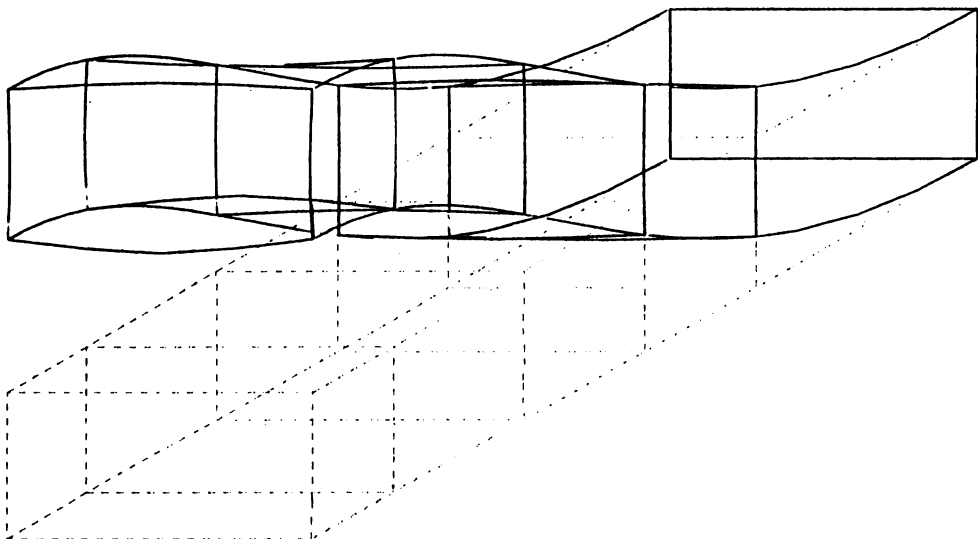
(2)  $N = 0.95 N_{max}$

図 5. 2 (e)モデル Y 1 2 の変形状態



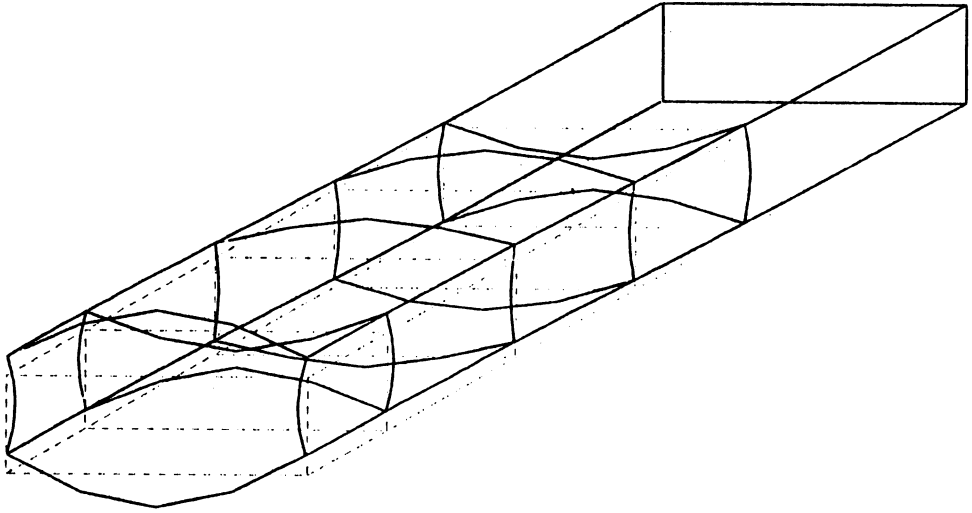


(1)  $N=0.5 N_{max}$

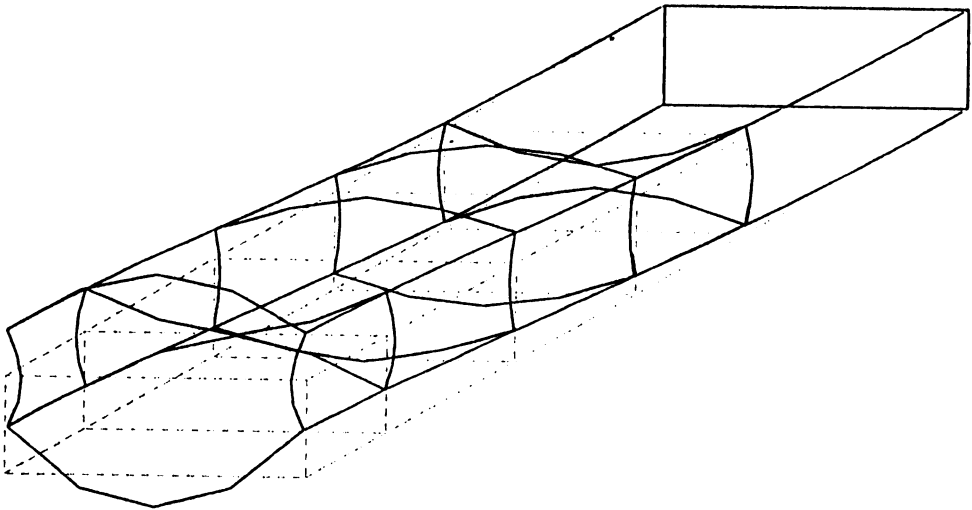


(2)  $N=0.95 N_{max}$

図 5. 2 (f)モデル Y 1 3 の変形状態

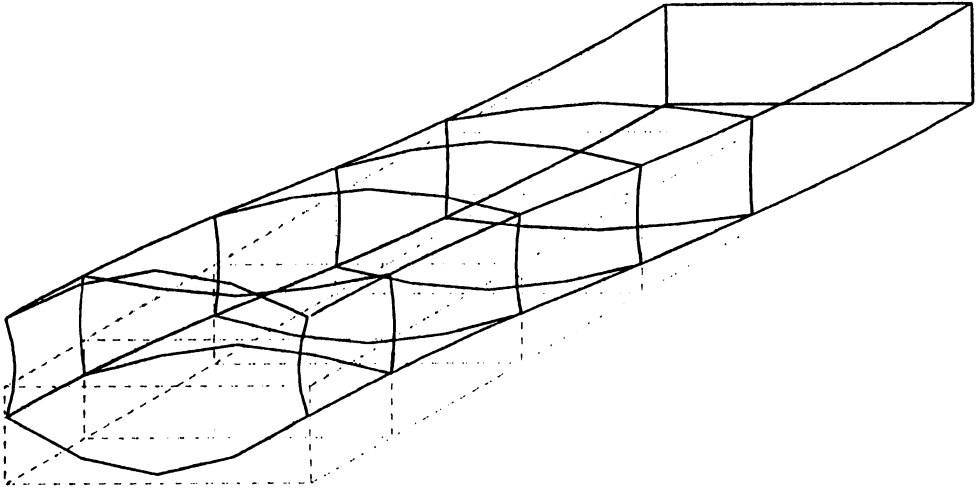


(1)  $N=0.5 N_{max}$

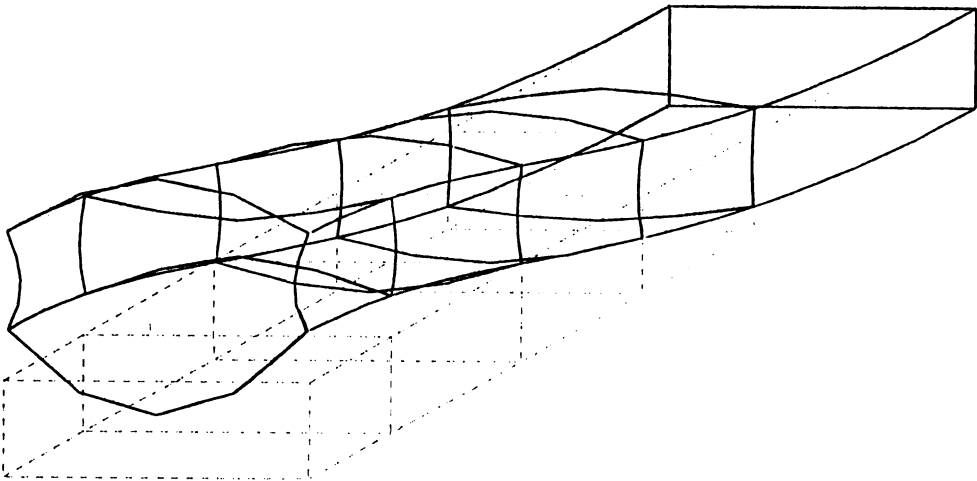


(2)  $N=0.95 N_{max}$

図 5. 2 (g)モデル Y 2 1 の変形状態

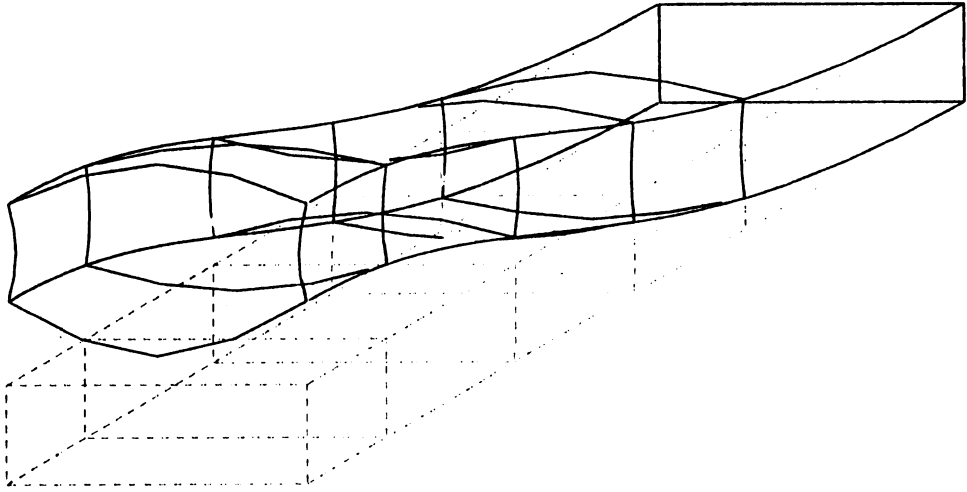


(1)  $N=0.5 N_{max}$

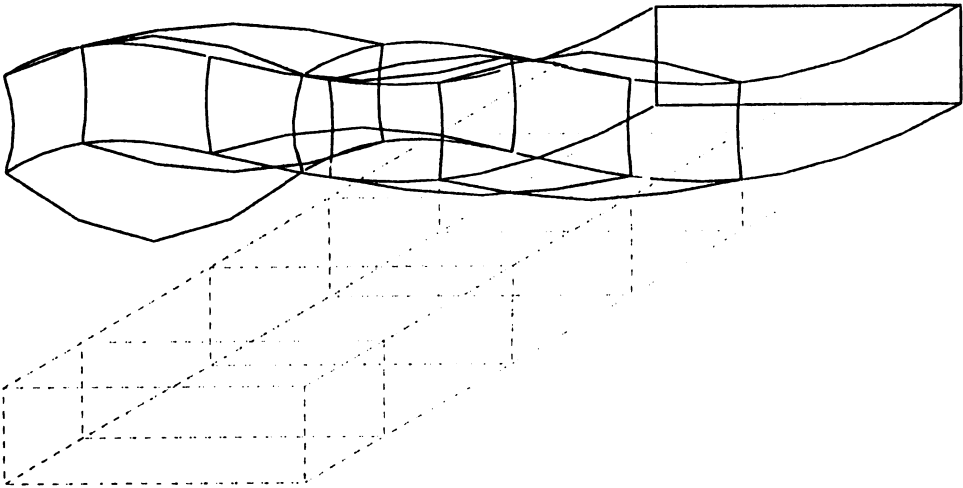


(2)  $N=0.95 N_{max}$

図 5. 2 (h)モデル Y 2 2 の変形状態

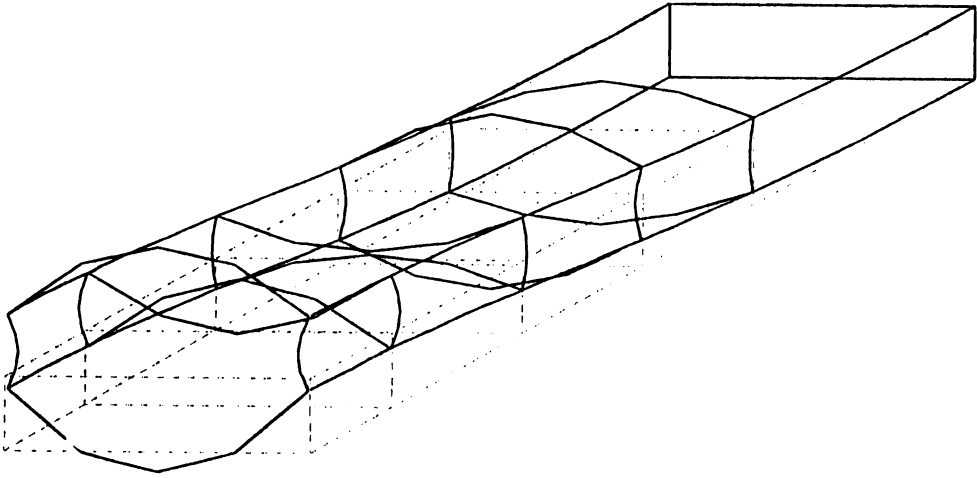


(1)  $N=0.5 N_{max}$

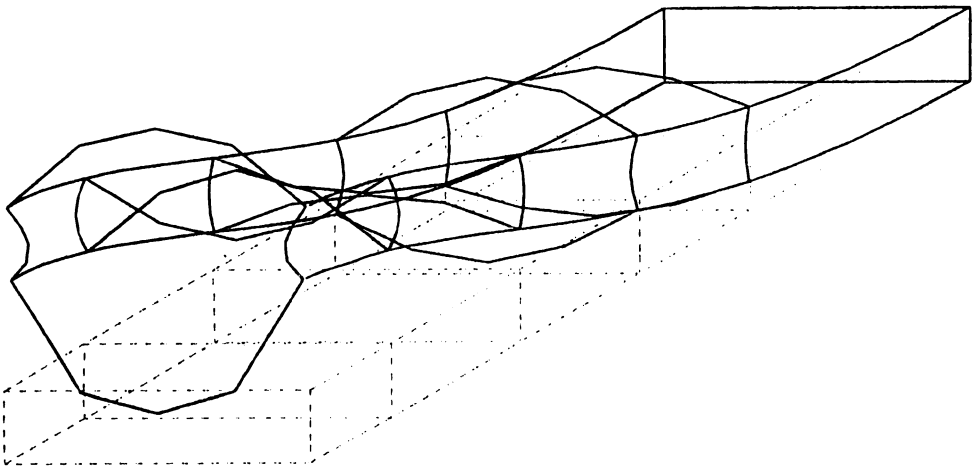


(2)  $N=0.95 N_{max}$

図 5. 2 (i)モデル Y 2 3 の変形状態

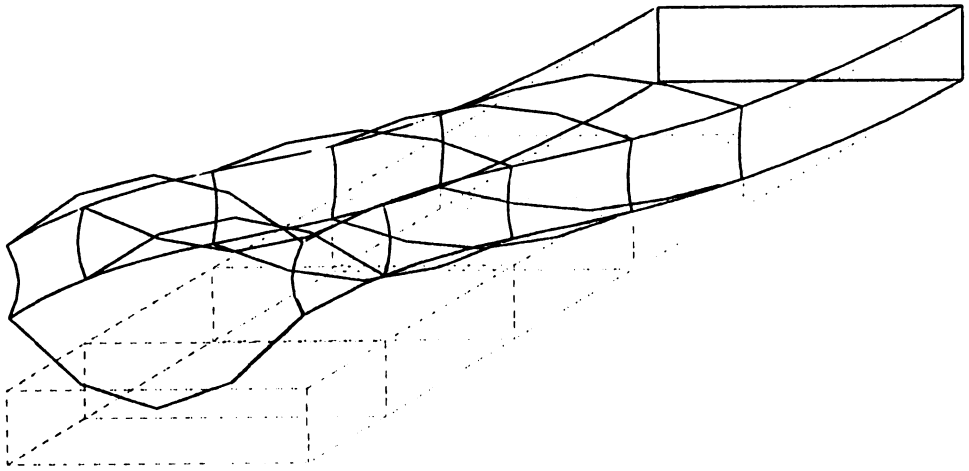


(1)  $N = 0.5 N_{max}$

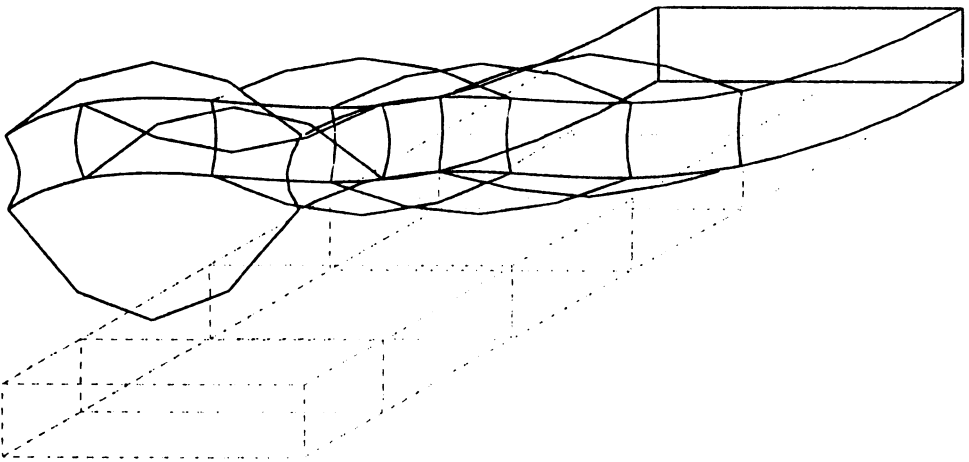


(2)  $N = 0.95 N_{max}$

図 5. 2 (i)モデル Y 3 2 の変形状態



(1)  $N=0.5 N_{max}$



(2)  $N=0.95 N_{max}$

図 5. 2 (k)モデル Y 3 3 の変形状態

### 5. 3 極限強度

本研究において、両端に部材軸方向( $z$ 軸方向)の強制変位  $w$  を与えて軸方向圧縮力  $N$  を与えるいわゆる変位制御法を用いている。これにより  $N = N_{max}$  の極限状態付近の解析が円滑に精度よく実行できるので好都合である。そこで強制変位  $w$  に対して圧縮力  $N$  がどのように変化し、その極大値すなわち極限耐荷力  $N_{max}$  はいくらになるかを明らかにするため、図5. 3に無次元圧縮力  $N/N_y$  と軸方向平均直ひずみ  $\epsilon_0 = w/0.5l$  の関係を示す。

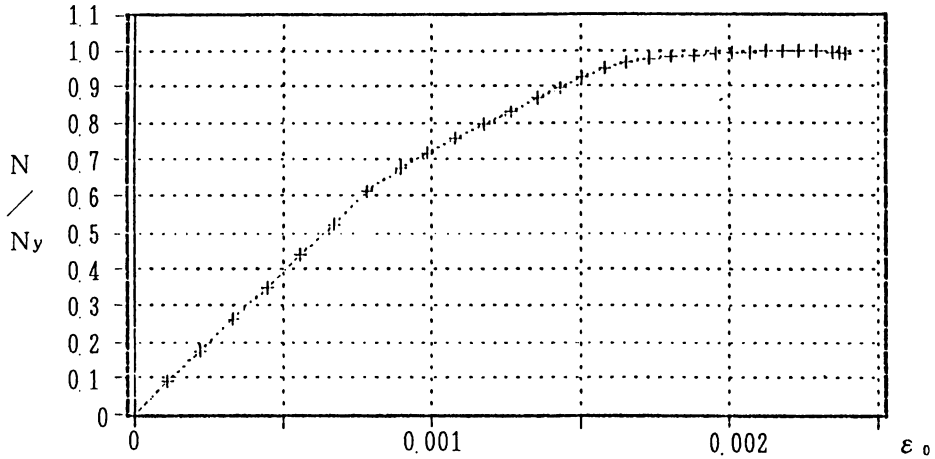


図5. 3 (a)モデルY01の  $N/N_y \sim \epsilon_0$  曲線

ここの  $N_y = \sigma_y A$  は、降伏軸方向力、 $\sigma_y$  : 降伏点、 $A$  : 断面積

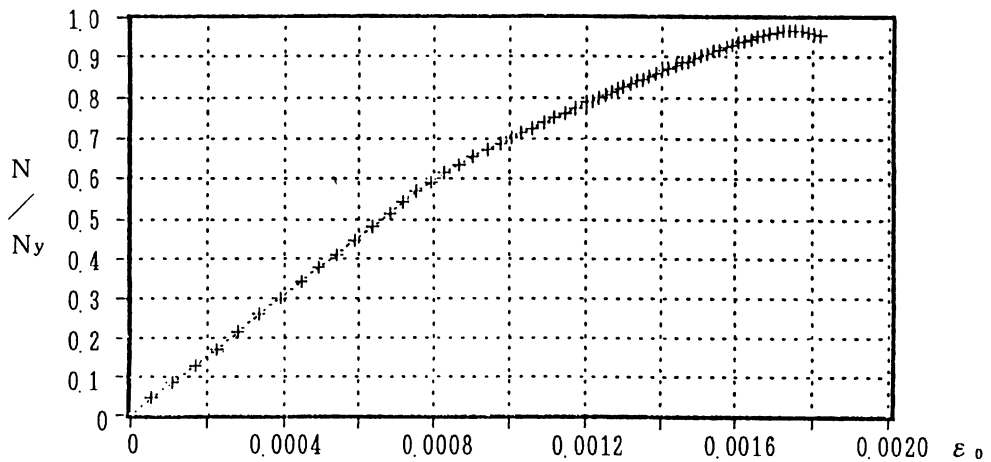


図5. 3 (b)モデルY11の  $N/N_y \sim \epsilon_0$  曲線

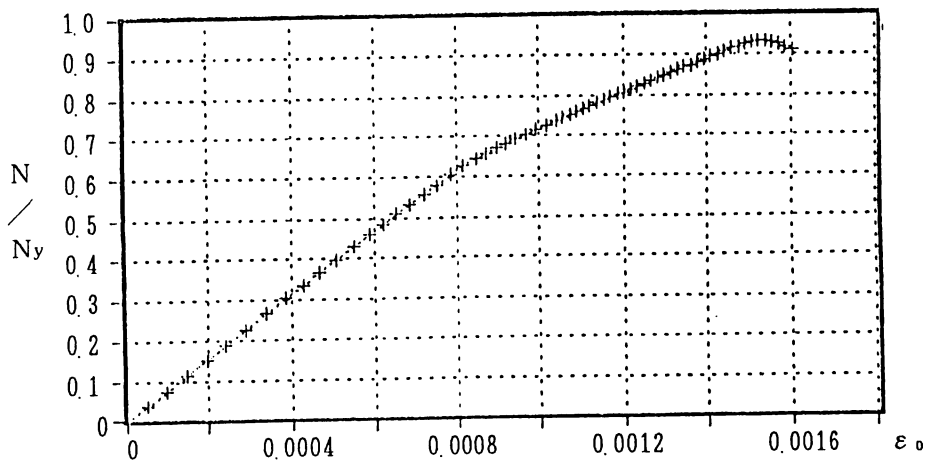


図 5. 3 (c)モデルY 1 2の  $N/N_y \sim \epsilon_0$  曲線

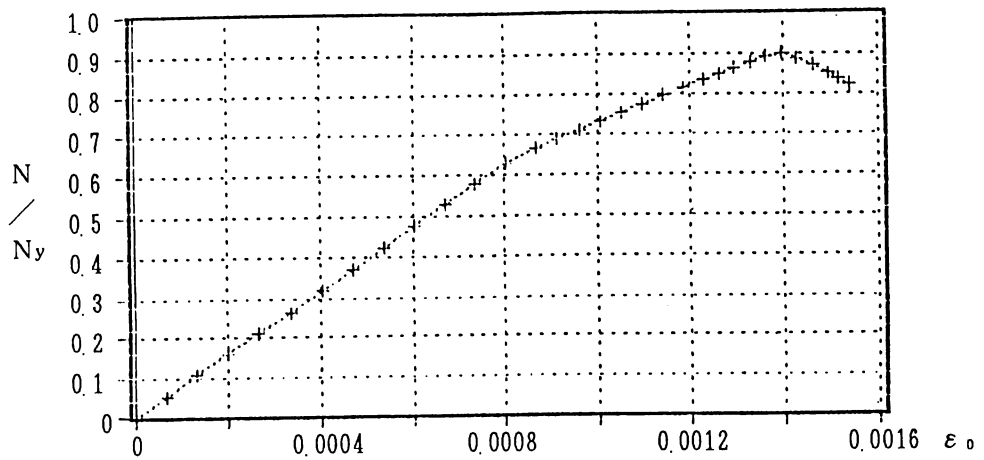


図 5. 3 (d)モデルY 1 3の  $N/N_y \sim \epsilon_0$  曲線

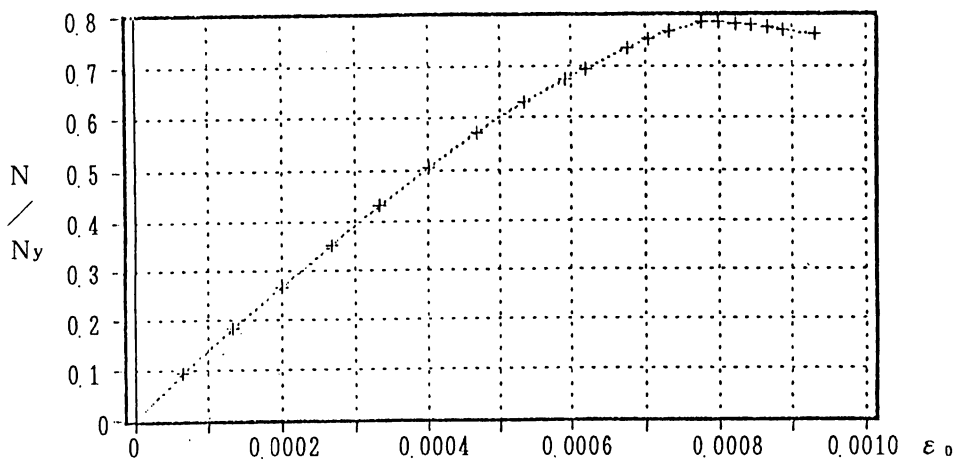


図 5. 3 (e)モデルY 2 1の  $N/N_y \sim \epsilon_0$  曲線



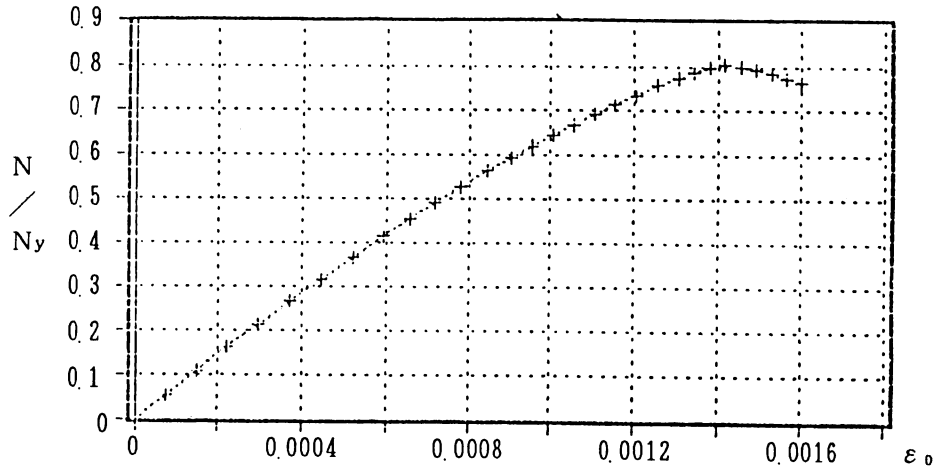


図5. 3 (f)モデルY 2 2の  $N/N_y \sim \epsilon_0$  曲線

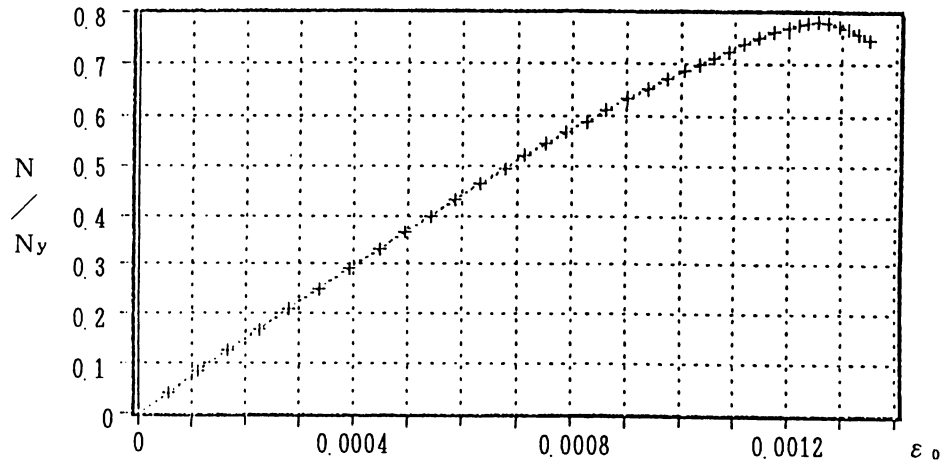


図5. 3 (g)モデルY 2 3の  $N/N_y \sim \epsilon_0$  曲線

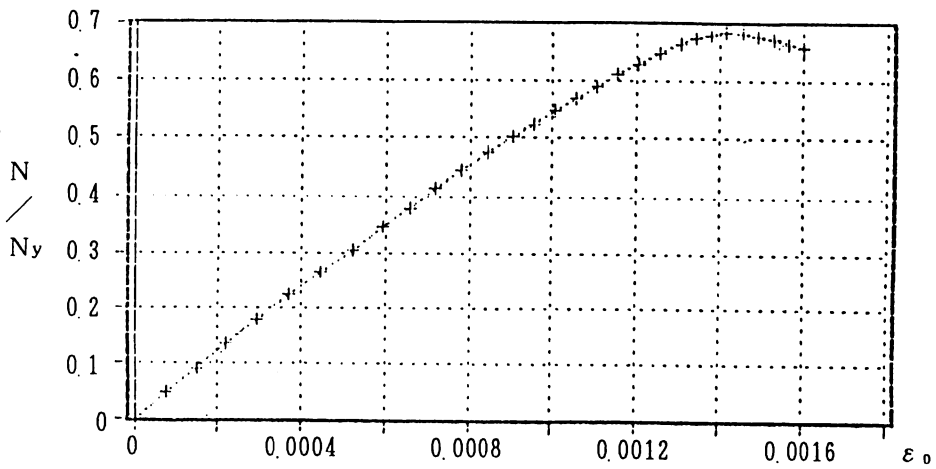


図5. 3 (h)モデルY 3 2の  $N/N_y \sim \epsilon_0$  曲線

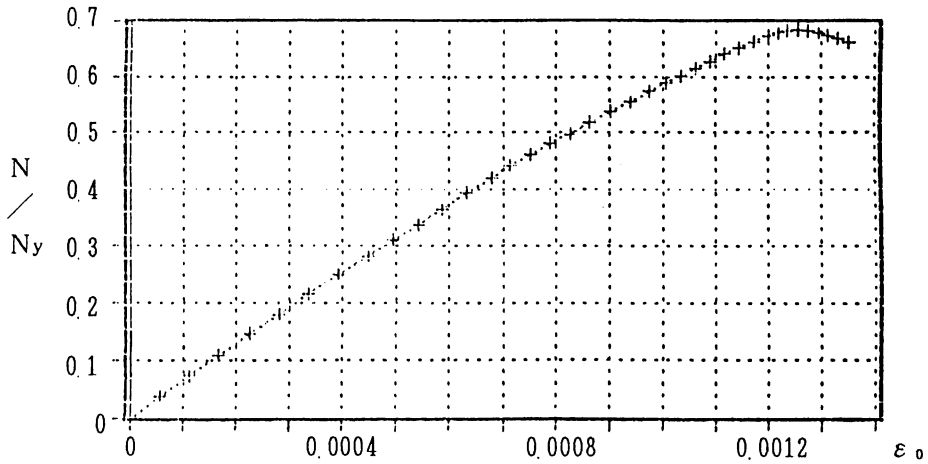


図5.3 (j)モデルY33の  $N/N_y \sim \epsilon_0$  曲線

図5.3の結果から各解析モデルについて無次元極限耐荷力  $N_{max}/N_y$  は、表5.2のとおりである。

局部曲げ先行型連成座屈モードの場合には極限耐荷力の甚しい低下が認められる。

表5.2 極限耐荷力

供試体番号	$N_{max}/N_y$
Y 0 1	0.999413
Y 0 2	0.994038
Y 0 3	0.992023
Y 1 1	0.968622
Y 1 2	0.931672
Y 1 3	0.898892
Y 2 1	0.786538
Y 2 2	0.802816
Y 2 3	0.781713
Y 3 2	0.684178
Y 3 3	0.684249

#### 5.4 たわみ

部材軸の中央 ( $z = l/2$ ) におけるたわみ  $\delta$  および中央断面のフランジならびにウェブの板曲げによる局部たわみ  $\Delta_x$  ならびに  $\Delta_y$  の平均直ひずみ  $\epsilon_0$  に対する変化を図5.4に示す。図中□印は  $\delta/l$ 、△印は  $\Delta_x/h$ 、また◇印は  $\Delta_y/b$  に対応する。

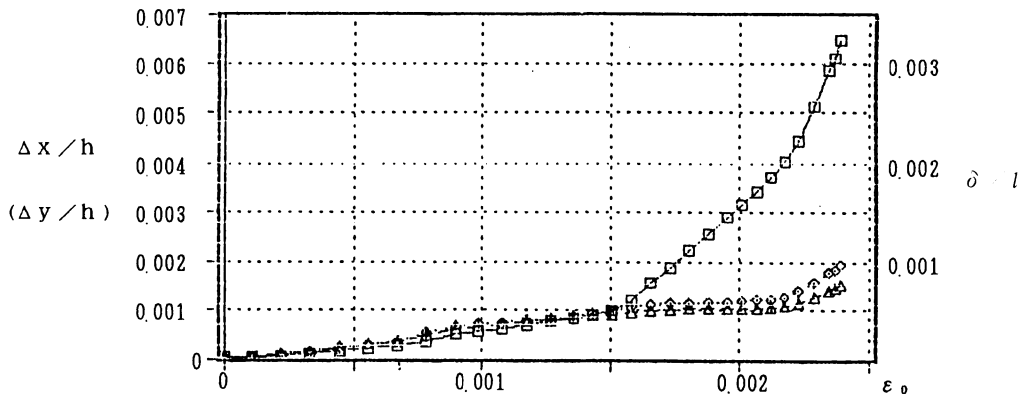


図 5. 4 (a)モデル Y 0 1 無次元たわみ—平均直ひずみ曲線

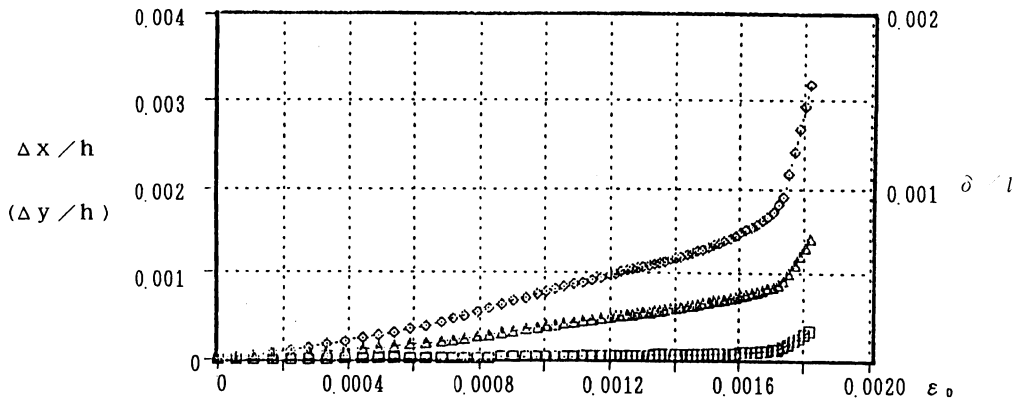


図 5. 4 (b)モデル Y 1 1 無次元たわみ—平均直ひずみ曲線

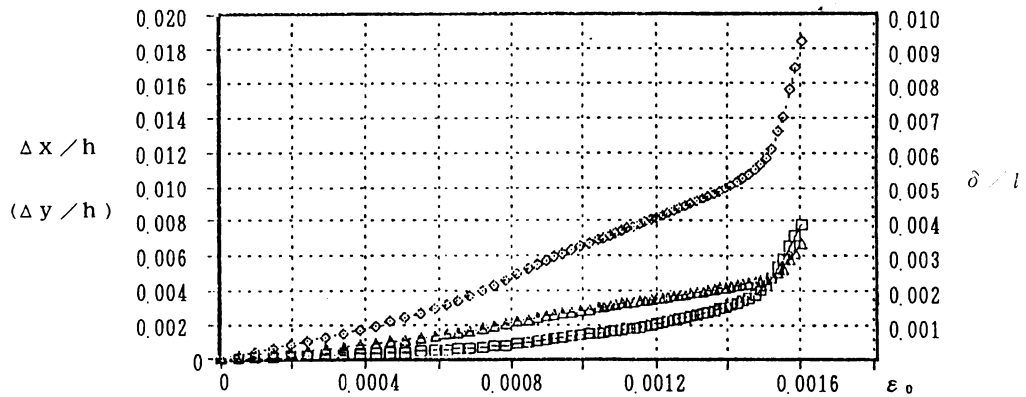


図 5. 4 (c)モデル Y 1 2 無次元たわみ—平均直ひずみ曲線

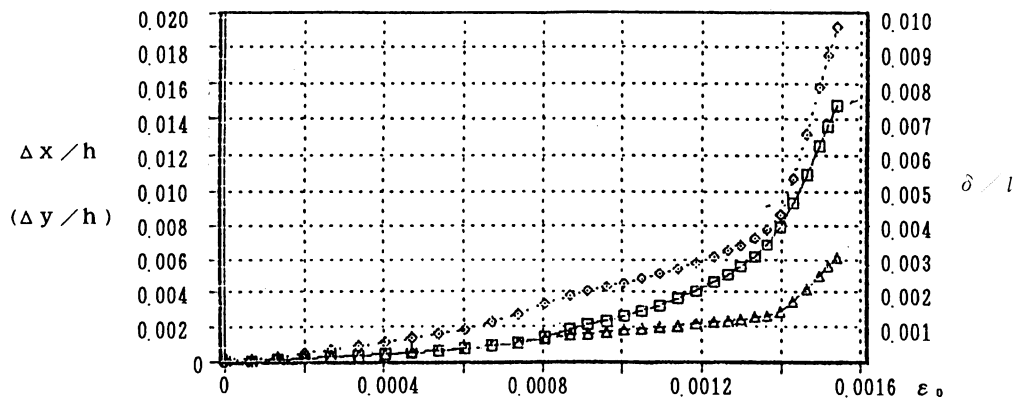


図 5. 4 (d)モデルY13無次元たわみ—平均直ひずみ曲線

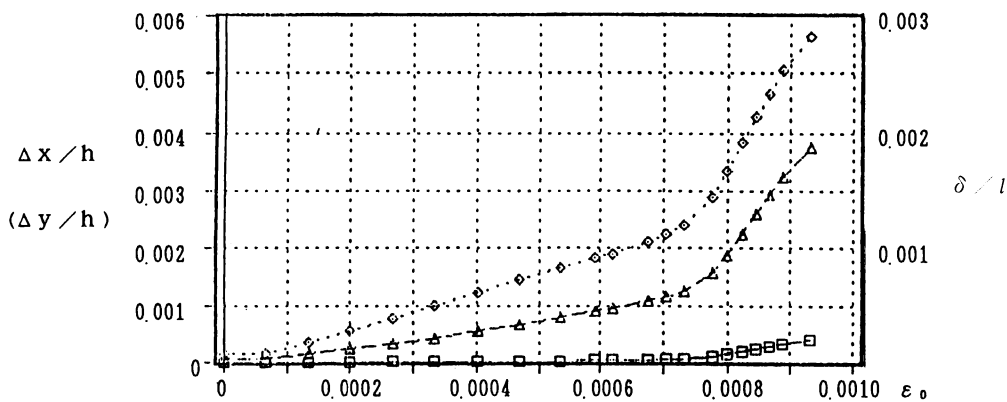


図 5. 4 (e)モデルY21無次元たわみ—平均直ひずみ曲線

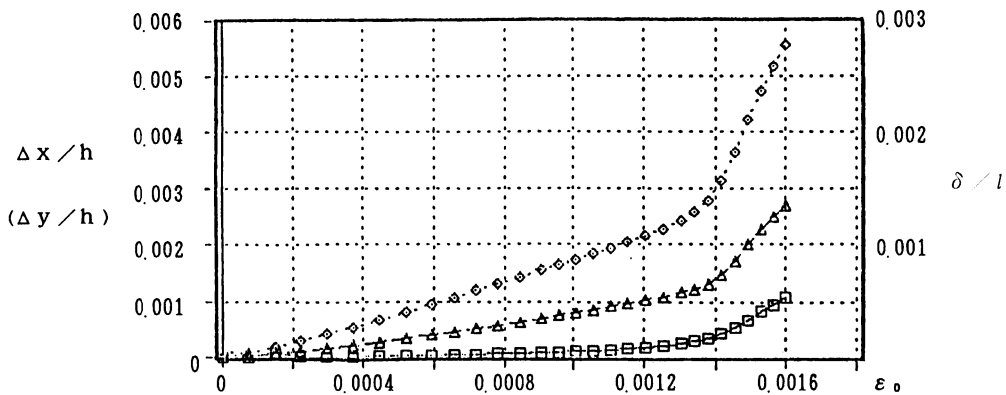


図 5. 4 (f)モデルY22無次元たわみ—平均直ひずみ曲線

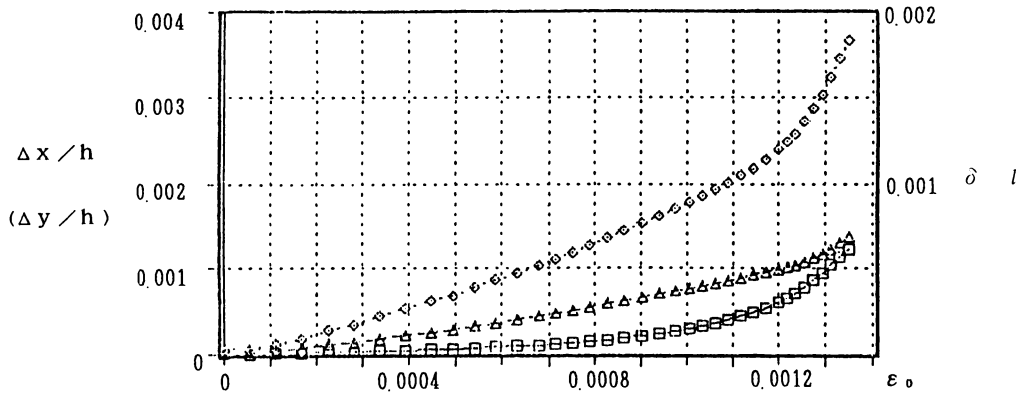


図 5. 4 (g)モデル Y 2 3 無次元たわみ—平均直ひずみ曲線

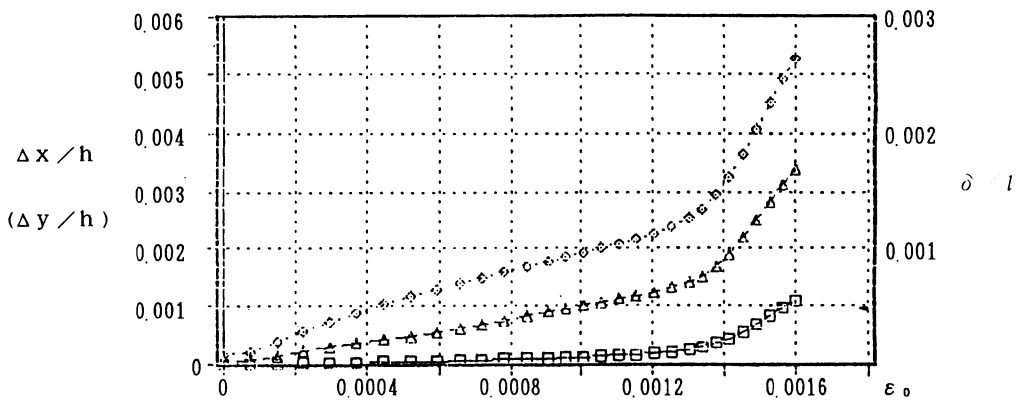


図 5. 4 (h)モデル Y 3 2 無次元たわみ—平均直ひずみ曲線

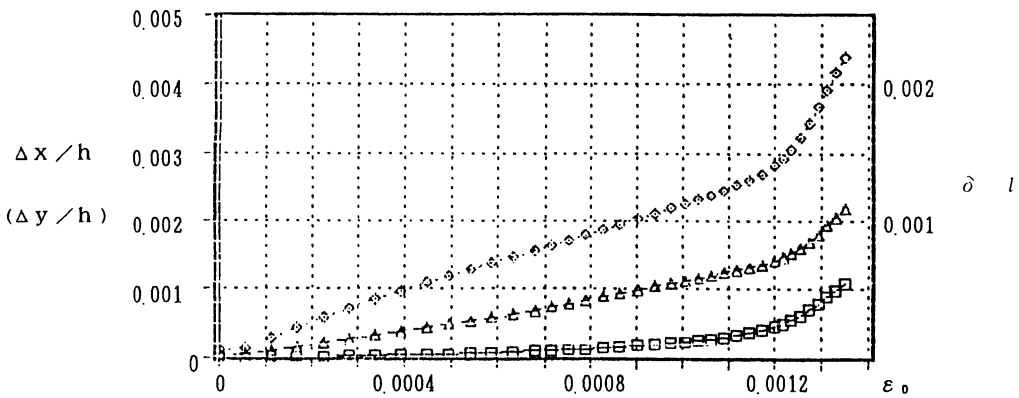


図 5. 4 (i)モデル Y 3 3 無次元たわみ—平均直ひずみ曲線

### 5. 5 関連細長比と有効幅厚比の影響

薄肉断面中心圧縮材の崩壊モードおよび極限耐荷力が関連細長比 $\bar{\lambda}$ および有効幅厚比 $R$ によってどのように変化するかということは興味あるところである。

前者については、横軸に $\bar{\lambda}$ 、縦軸に $R$ をとり、各解析モデルの $(\bar{\lambda}, R)$ に相当する座標の位置に、そのモデルの崩壊モード記号を記載すると、図5. 5のような崩壊モード分布図ができる。著者の1人が定年退職のために研究期間の制約があつてプロットした点の個数は必ずしも十分とは言えない。しかし十分に多くの点をプロットすれば、同一崩壊モードが $\bar{\lambda} \cdot R$ 平面上のある領域内にわたつて分布するものと考えられる。それによって崩壊モード領域に関する定量的考察が可能になるものと思われる。

ここでは、差し当たり図5. 5の結果から定性的に次のように言える。

- (1)  $R$ が小さく $\bar{\lambda}$ が大きい領域では全体座屈モードが発生する。
- (2)  $R \geq 1.5$ 、 $1.5 < \bar{\lambda} \leq 2.5$ の領域では、局部曲げ先行型連成座屈が生じる。
- (3)  $R$ が大きい領域では、 $(\bar{\lambda}, R)$ の組み合わせによって並行型連成座屈が生じ得る。

さらに、きめこまかく $(\bar{\lambda}, R)$ をプロットすることによって、多様な崩壊モードの発生領域とそれらの境界線が明確に現れるものとする。

一方、極限耐荷力に関しては、図5. 3に示す無次元軸方向力 $N/N_y$ の平均直ひずみ $\epsilon_0$ に対する変化曲線の極大値 $N_{\max}/N_y$ を計算し、それを $\bar{\lambda} \cdot R$ 平面に棒グラフとして表示すれば、図5. 6のとおりである。

部材がスレンダーになって $\bar{\lambda}$ が大きくなるか、構成板の幅厚比 $b/l$ が大きくなって $R$ が増加するにつれて、極限耐荷力が低減する傾向が認められる。これによって2つの変数 $(\bar{\lambda}, R)$ の組み合わせを多数系統的に選び、極限耐荷力を $\bar{\lambda}$ と $R$ の関数として、精密に定量化する目途がついた。

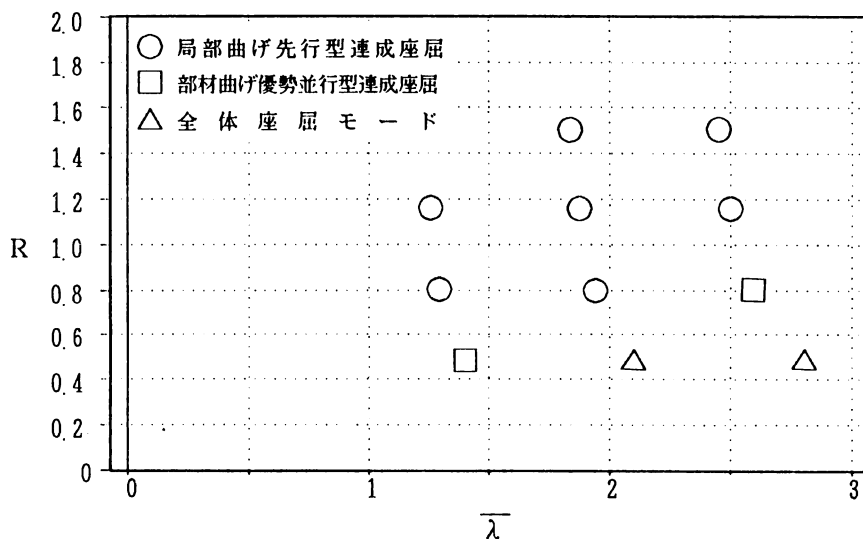


図5. 5 崩壊モード分布図

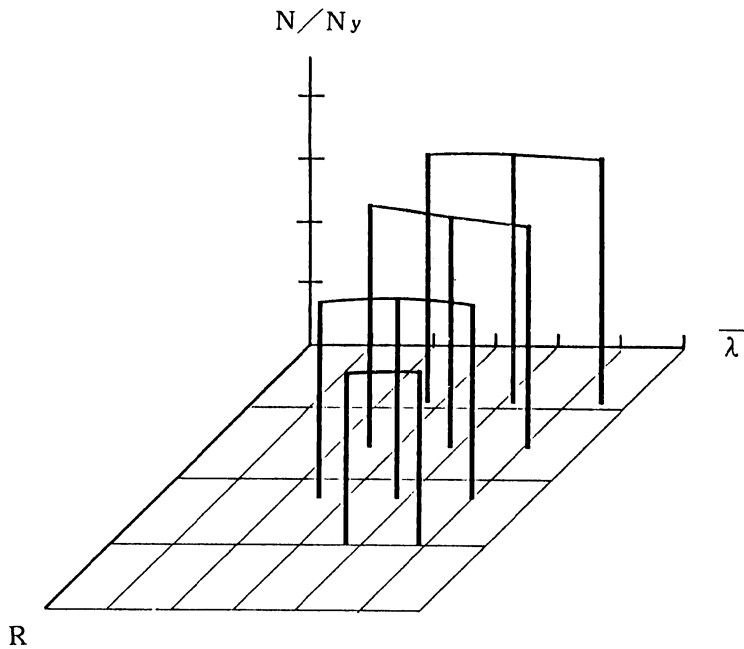


図 5. 6 極限耐荷力の分布図

## 6. 結言

薄肉断面材の両端の回転を拘束した状態で圧縮強制変位を加え、変位を漸増した場合について離散化モデルによる弾塑性有限変位解析を実施し、次の事項について明らかにすることができた。

- (1) 一般に中心圧縮材には、8種類の崩壊モードが存在することを示した。
- (2) 軸方向圧縮力を漸増し、崩壊するまでの過程で、部材の中央断面における全体曲げによる直ひずみと局部曲げによる直ひずみの変化を追跡することによって、どのモードで崩壊するかを判別することができた。
- (3) 軸方向平均直ひずみの増加に伴い、部材軸の最大たわみおよび構成板の最大たわみの変化状態を明らかにした。
- (4) 画像処理により、3次元変形状態を明らかにし、(2)項によって判定した崩壊モードが現実的で妥当であることを確認した。
- (5) 有効幅厚比と関連細長比の組み合わせにより崩壊モードがどのように変化するかを明らかにすることができた。これによって $\bar{\lambda} \cdot R$ 平面内で各崩壊モードの分布図を正確に描くことができる。
- (6) 有効幅厚比と関連細長比に対する極限耐荷力の分布を示した。

今後の課題として次の問題を究明することが重要である。

- (a) 各種断面材について同様の事項を究明する。
- (b) 両端単純支持の場合について同様の事項を究明する。
- (c) 降伏棚を持たない材料(例えば超高張力鋼)について同様の事項を究明する。

- (d) 有効幅厚比と関連細長比の平面内で各崩壊モードの発生領域を区画化する。
- (e) 各崩壊モードごとに有効幅厚比と関連細長比の関数として極限耐荷力の算定式を定式化する。

以上の研究成果は、薄肉断面中心圧縮材の強度設計の合理化のための重要な資料となるものと考ええる。

#### 参考文献

- 1) Dewolf, J. T., Peokoz, T., and Winter, G.: Local and Overall Buckling of Cold-Formed Members, Proc. ASCE, Vol. 100, No. ST10, pp. 2017 (1974)
- 2) Usami, T. and Fukumoto, Y.: Local and Overall Buckling of Welded Box Columns, Proc. ASCE, Vol. 108, No. ST3, pp. 525 (1982)
- 3) Usami, T. and Fukumoto, Y.: Welded Box Compression Members, Proc. ASCE, Vol. 110, No. ST10, pp. 2457 (1984)
- 4) Hasegawa, A., Abo, H., Mauroof, M., and Nishino, F.: A Simplified Analysis and Optimality on the Steel Column Behaviour with Local Buckling, Proc. JSCE, No. 374/ I-6, pp. 363 (1986)
- 5) Hasegawa, A., Mauroof, M., and Nishino, F.: Effects of Local Buckling of Component Plates on the Strength of Welded Steel Members Proc. JSCE, No. 392/I-9, pp. 121 (1988)
- 6) Loughlan, J. and Howe, D.: The Influence of Local Buckling on the Behaviour of some Thin-walled Compression Members, Proc. Int. Conf. on Steel and Aluminium Structures, Cardiff, pp. 450 (1987)
- 7) 宇佐美 勉、土屋信洋、福本昉士：鋼圧縮部材の連成座屈挙動の理論的研究 土木学会論文集、第362号／ I - 4, pp. 303 (1985)
- 8) Little, G. H.: The Strength of Square Steel Box Columns-Design Curves and their Theoretical Basis, The Structural Engineer, Vol. 57A, No. 2, pp. 49 (1979)
- 9) Brown, P. T. and Trahair, N. S.: Finite Integral Solution of Differential Equations, Civil Engineering, Trans. Inst. of Engineers, Australia, Vol. C. E. 10, No. 2 (1968)
- 10) Graves Smith, T. R.: The Ultimate Strength of Locally Buckled Columns of Arbitrary Length, Proc. Symp. on Thin-Walled Structures-their Design and Use in Buildings, Swansea, pp. 35 (1967)
- 11) Graves Smith, T. R.: Local Buckling of Thin-Walled Column-Part II, The Ultimate Strength of Locally Buckled Columns for Various Slenderness Ratios, CIRIA, London, Report No.12 pp. 28 (1968)
- 12) 宇佐美 勉、福本昉士、青木徹彦：溶接箱形断面柱の局部座屈と全体座屈の連成強度に関する実験的研究 土木学会論文集 第308号、pp. 47 (1981)
- 13) 山尾敏孝、崎元達郎：溶接箱形断面柱の連成座屈強度実験 土木学会論文集 第335号、pp. 195 (1983)
- 14) 山尾敏孝、崎元達郎：薄肉H形鋼柱の連成座屈に関する実験的研究 土木学会論文集 第380号／ I - 7、pp. 383 (1987)



- 15) 道路橋示方書 (I 共通編・II 鋼橋編)・同解説：日本道路協会編 (1990)
- 16) Komatsu, S., Nishimura, N., and Ohno, M.: Effects of Local Deformation on the Ultimate Strength of Ladder-Like Plate Girder Bridges,  
Tech. Report of the Osaka University, Vol. 32, pp. 401 (1982)
- 17) 西村宣男、小松定夫、西出俊亮、西村良司：局部座屈を考慮した鋼箱形柱の設計公式  
土木学会構造工学論文集、Vol. 33A, pp. 171 (1987)
- 18) 小松定夫、北田俊行：補剛された圧縮板の弾塑性有限変位挙動の一解析手法  
土木学会論文報告集 No. 296, pp. 1 (1980)
- 19) 小松定夫、北田俊行、宮崎清司：残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析  
土木学会論文報告集、No. 244, pp. 1 (1975)
- 20) 宇佐美 勉、福本秀士：鋼圧縮部材の連成座屈強度実験と有効幅理論による解析  
土木学会論文報告集No. 326 pp. 41 (1982)
- 21) 小松定夫、牛尾正之、北田俊行：補剛板の溶接残留応力および初期たわみに関する実験的研究  
土木学会論文報告集No. 265 pp. 25 (1977)
- 22) Nakai, H., Kitada, T., and Miki, T.: Ultimate Strength of Thin-Walled Box Stub-Columns,  
Proc. JSCE Structural Eng./Earthquake Eng. No. 365/I-3, pp. 25 (1985)